TÀI LIỆU ÔN THI THPT QUỐC GIA



Đoàn Văn Bộ (Chủ biên)

Huỳnh Anh Kiệt

MÁY TÍNH BỎ TÚI:

KĨ THUẬT VÀ SAI LẦM

(Lưu hành nội bộ)

Trường:..

Họ và tên:...

Lớp: ....

Thành phố Hồ Chí Minh, tháng 4 năm 2017

LỜI NÓI ĐẦU

Bắt đầu từ năm 2017, Bộ Giáo dục đưa ra quyết định thi môn Toán trong kì thi Trung học Phổ thông Quốc gia dưới hình thức trắc nghiệm khách quan. Với câu trúc đề thi gồm có 50 câu trắc nghiệm và thời gian gian làm bài 90 phút, tức là 108 giây 1 câu (hay là 1,8 phút/câu) thì đòi hỏi người thi cần phải nhanh chóng ra đáp án chính xác. Chính vì thế, việc sử dụng công cụ máy tính bỏ túi là rất cần thiết. Tuy nhiên, nhiều học sinh vẫn chưa khai thác hết tính năng của máy tính cầm y và vẫn chưa thể vận dụng nó vào việc giải toán nhanh được. Tài liệu này sẽ giúp các em học sinh nắm vững một số kĩ thuật cơ bản việc sử dụng máy tính của mình trong các bài tập và bài thi, đặc biệt là bài thi Trung học Phổ thông Quốc gia sắp tới.

Quyển sách **Máy tính bỏ túi – Kĩ thuật và sai lầm** được viết trong thời gian ngắn, chỉ tròn vẹn trong thời gian 2 tuần nên cũng không thể viết được nhiều các thủ thuật của máy tính để giải các bài toán được. Quyển sách này chỉ giới thiệu sơ bộ các dạng toán quen thuộc thuộc chương trình lớp 12 mà thôi. Và trong quá trình biên soạn có tham khảo một số tài liệu của các thầy, cô, bạn bè từ internet.

Quyển sách này gồm có các chuyên đề sau:

Chuyên đề 1: số phức và các bài toán liên quan

Chuyên đề 2: phương pháp tọa độ trong không gian oxyz

Chuyên đề 3: nguyên hàm – tích phân

Chuyên đề 4: mũ – logarit

Chuyên đề 5: khảo sát hàm số - một số vấn đề liên quan

Chúng tôi đã cố gắng chọn những câu trắc nghiệm tốt để phục vụ cho các em học sinh rèn luyện thao tác, kĩ năng bấm máy tính qua các chuyên đề, dạng toán trong những chuyên đề đó.

Tuy nhiên, tài liệu vẫn không thể tránh khỏi sai sót và vẫn còn lỗi, mong các thầy cô giáo, các em học sinh, các bạn đọc khi sử dụng tài liệu này nếu phát hiện lỗi sai xin góp ý cho chúng tôi để rút kinh nghiệm biên soạn lại và những tài liệu sắp tới. Xin cảm ơn.

Hy vọng tài liệu này sẽ giúp cho các em học sinh ôn thi tốt và đạt kết quả cao trong kì thi sắp tới.

Tp. Hồ Chí Minh, 04-04-2017

Đoàn Văn Bộ

(Sinh viên Trường Đại học Sư phạm Thành Phố Hồ Chí Minh)

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên, xin cảm ơn các thầy, cô, anh, chị và bạn bè đã chia sẻ những kĩ thuật sử dụng máy tính bỏ túi lên mạng để cho thôi tham khảo, học hỏi những kĩ thuật đó. Nó thật bổ ích cho việc soạn và tổng hợp lại thành quyển sách **máy tính bỏ túi – kĩ thuật và sai lầm**. Do thời gian có hạn nên tôi đã sử dụng các ví dụ đó trong phần giới thiệu kĩ thuật bấm máy tính và bài tập vận dụng. Tuy nhiên, tôi cũng thêm một số ví dụ khác, bài tập vận dụng vào nữa để có thêm những bài tập cho các em học sinh thực hành thêm.

Tiếp theo, xin cảm ơn Huỳnh Anh Kiệt – Sinh viên Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh đã làm những ví dụ phần hướng dẫn bấm máy tính theo hình thức tự luận để cho bạn đọc có thể tham khảo thêm kết quả trước khi qua bấm máy tính bỏ túi của mình; làm đáp án phần bài tập vận dụng.

Xin chúc cho quý vị có thêm những kĩ thuật sử dụng máy tính bỏ túi; giúp cho các em học sinh có một mùa thi thành công.

Tp. Hồ Chí Minh, 04-04-2017

Đoàn Văn Bộ

(Sinh viên Trường Đại học Sư phạm Thành Phố Hồ Chí Minh)

MỤC LỤC

MỘT SỐ KỸ THUẬT CƠ BẢN CỦA MÁY TÍNH CASIO FX – 570 VN PLUS (và một máy tính tương đương)

1. **Sử dụng ô nhớ:**

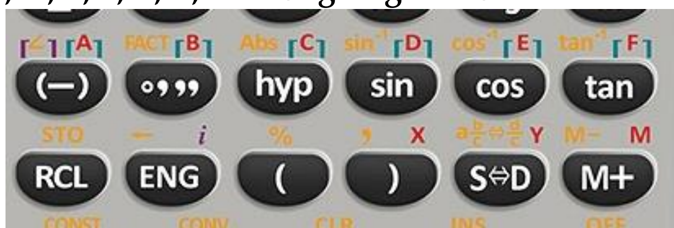
- **Để gán một số vào ô nhớ A gõ:**

SỐ CẦN GÁN → SHIFT → RCL (STO) → (−) [A]

- **Để truy xuất số trong ô nhớ A gõ:**

ALPHA (−)

- **Hàng phím thứ 6 và hàng phím thứ 5 từ dưới lên lưu các ô nhớ A, B, C, D, E, F, X, Y, M tương ứng như sau:**



2. **Tính năng bảng giá trị: MODE 7**

- $f(X)=?$ **Nhập hàm cần lập bảng giá trị trên đoạn** $[a;b]$
- **Srt? Nhập giá trị bắt đầu** a
- **End? Nhập giá trị kết thúc** b
- **Step? Nhập bước nhảy h: tùy vào giá trị của đoạn** $[a;b]$**, thông thường là 0,1 hoặc 0,5**

3. **Tính năng tính toán số phức: MODE 2**
4. **Tính năng giải phương trình bậc 2, bậc 3, hệ 2 phương trình 2 ẩn, hệ 3 phương trình 3 ẩn: MODE 5**
5. **Tính năng tính các bài toán vecto: MODE 8**

CHUYÊN ĐỀ 1: SỐ PHỨC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Tất cả các bài toán số phực đều thức hiện trong chức năng MODE 2 **(CMPLX).** Sau khi thực hiện chức năng đó xong. nhấn SHIFT 2 **(CMPLX),** thấy như hình vẽ:

```
1:arg     2:Conjg
3:▶r∠θ    4:▶a+bi
```

1: arg: Một Argument của số phức $z=a+bi$.

2: Conjg: Số phức liên hợp của số phức $z=a+bi$.

3: $r\angle\theta$: Chuyển số phức $z=a+bi$ thành Môđun $\angle$ agrment

4: $a+bi$: Chuyển về dạng $z=a+bi$ (thường áp dụng cho những môn khác và chuyển từ dạng lượng giác sang dạng đại số).

A. Các phép toán thông thường: Tìm phần thực, phần ảo, Môđun, Argument, số phức liên hợp, tính số phức có số mũ cao…

Bài toán tổng quát:

Cho số phức $z=z_1z_2-\dfrac{z_3+z_4}{z_5}$. Tìm số phức *z*, tính môđun, Argument và số phức liên hợp của số phức *z*.

Phương pháp giải:

- Để máy tính ở chế độ Deg, không để dưới dạng Rad và vào chế độ số phức MODE 2.
- Khi đó chữ "**i**" trong phần ảo sẽ là nút ENG và thực hiện bấm máy như một phép tính bình thường.
- Tính số phức *z*, môđun, Argument, số phức liên hợp.
  - ➢ Môđun: Ấn SHIFT hyp. Xuất hiện dấu trị tuyệt đối thì nhập biểu thức đó vào trong và ấn =.
  - ➢ Tính Argument: Ấn SHIFT 2 1. Tính số phức liên hợp: Ấn SHIFT 2 2.

Một số ví dụ vận dụng:

Ví dụ 1:

Tìm số phức $(2+i)z+\dfrac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i$. Khi đó hãy tính Môđun, số phức liên hợp của z.

Giải:

Làm theo tư duy tự luận như sau:

$$(2+i)z=7+8i-\frac{2(1+2i)}{1+i}$$

$$\Leftrightarrow (2+i)z=\frac{(7+8i)(1+i)-2(1+2i)}{1+i}=\frac{-3+11i}{1+i}=\frac{(-3+11i)(1-i)}{1-i^2}$$

$$\Leftrightarrow (2+i)z=\frac{8+14i}{2}=4+7i$$

$$\Leftrightarrow z=\frac{4+7i}{2+i}=\frac{(4+7i)(2-i)}{4-i^2}=\frac{15+10i}{5}=3+2i$$

$$\Rightarrow |z|=\sqrt{13},\bar{z}=3-2i$$

Sử dụng casio – vinacal để giải:

Thực hiện máy tính trong môi trường số phức: Ấn MODE 2.

- Tìm số phức z.

Viết lại số phức dưới dạng $z=\dfrac{7+8i}{2+i}-\dfrac{2(1+2i)}{(1+i)(2+i)}$

Nhập vào màn hình

[▭] 7 + 8 (i) ▼ 2 + 8 (i) − [▭] 2 (1 + 2 (i)) ▼ (1 + (i)) (2 + (i)) =

Được kết quả như hình vẽ.

Vậy $z=3+2i$

CMPLX Math ▲

$\dfrac{7+8i}{2+i}-\dfrac{2(1+2i)}{(1+i)(2+i)}$

3+2i

- Tính môđun

Ấn SHIFT hyp và nhập vào như sau: $\left|\frac{7+8i}{2+i}-\frac{2(1+2i)}{(1+i)(2+i)}\right|$ sau đó ấn "=", được kết quả như hình bên:

$\left|\frac{7+8i}{2+i}-\frac{2(1+2i)}{(1+i)(2+i)}\right|$ → $\sqrt{13}$

- Số phức liên hợp

Ấn SHIFT 2 2 và nhập sau: Conjg (...). ở dấu ba chấm giống cách nhập như dạng tìm số phức:

$\text{Conjg}\left(\frac{7+8i}{2+i}-\frac{2(1+2i)}{(1+i)(2+i)}\right)$ → $3-2i$

- Tìm Argument của số phức z.

Ấn SHIFT 2 1 và nhập sau: arg(...). ở dấu ba chấm giống cách nhập như dạng tìm số phức và được kết quả như hình bên.

$\arg\left(\frac{7+8i}{2+i}-\frac{2(1+2i)}{(1+i)(2+i)}\right)$ → $33^\circ 41' 24.24''$

Ví dụ 2: ***Đề thi minh họa của Bộ GD & ĐT lần 2 năm 2017***

Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$

A. $\bar{z}=3-i$ **B.** $\bar{z}=-3+i$ **C.** $\bar{z}=3+i$ **D.** $\bar{z}=-3-i$

Giải:

Làm theo tư duy tự luận:

$$z=i(3i+1)=-3+i$$
$$\Rightarrow \bar{z}=-3-i$$

Sử dùng casio – vinacal để giải

- MODE 2 và ấn SHIFT 2 2.
- Nhập như sau: conjg $(i(3i+1))$ và ấn =.
- Kết quả ra $-3-i$. Vậy đáp án D đúng.

Conjg(i(3i+1)) → -3-i

Ví dụ 3: ***Đề thi minh họa của Bộ GD & ĐT lần 2 năm 2017***

Tìm môđun của số phức thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$

A. $|z|=\sqrt{34}$ **B.** $|z|=34$ **C.** $|z|=\frac{5\sqrt{34}}{3}$ **D.** $|z|=\frac{\sqrt{34}}{3}$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$z(2-i)+13i=1$$
$$\Leftrightarrow z(2-i)=1-13i$$
$$\Leftrightarrow z=\frac{1-13i}{2-i}=\frac{(1-13i)(2+i)}{4-i^2}=\frac{15-25i}{5}=3-5i$$
$$\Rightarrow |z|=\sqrt{34}$$

Giải bằng casio – vinacal

- Chuyển z về dạng $z=\frac{1-13i}{2-i}$
- MODE 2 và ấn SHIFT hyp.
- Nhập vào như sau: $\left|\frac{1-13i}{2-i}\right|$ và ấn = được $|z|=\sqrt{34}$

Ví dụ 4: ***Trích đề thi THPT QG 2015***

Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-i)z-1+5i=0\,(1)$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(1-i)z-1+5i=0$$
$$\Leftrightarrow z=\frac{1-5i}{1-i}=\frac{(1-5i)(1+i)}{1-i^2}=\frac{6-4i}{2}=3-2i$$

Phần thực là 3 và phần ảo là -2.

Giải bằng casio – vinacal

$(1) \Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{1-i} \Leftrightarrow z = 3-2i$.

Vậy phần thực của z là 3 và phần ảo của z là -2.

CMPLX Math ▲
$\frac{1-5i}{1-i}$
$3-2i$

Ví dụ 5: ***Trích đề thi TNPT 2011***

Giải phương trình sau trên tập số phức

$$(1-i)z+2-i=4-5i \ (1).$$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(1-i)z+2-i=4-5i$$
$$\Leftrightarrow (1-i)z=2-4i$$
$$\Leftrightarrow z=\frac{2-4i}{1-i}=\frac{(2-4i)(1+i)}{1-i^2}=\frac{6-2i}{2}=3-i$$

Giải bằng casio – vinacal

$(1) \Leftrightarrow z=\frac{4-5i-2+i}{1-i} \Leftrightarrow z=3-i$

CMPLX Math ▲
$\frac{4-5i-2+i}{1-i}$
$3-i$

Bài tập vận dụng

Câu 1. Thực hiện phép tính sau: $B=\frac{3-4i}{(1-4i)(2+3i)}$.

A. $\frac{3+4i}{15-5i}$ **B.** $\frac{62-41i}{221}$ **C.** $\frac{62+41i}{221}$ **D.** $\frac{-62-41i}{221}$

Câu 2. Môđun của số phức $z=5+2i-(1+i)^3$ là:

A. 7 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 3

Câu 3. Tìm số phức z thỏa mãn $z=(2-3i)(1+2i)+\frac{4-i}{3+2i}$.

A. $\frac{-114}{13}-\frac{2}{13}i$ **B.** $\frac{114}{13}+\frac{2}{13}i$ **C.** $\frac{114}{13}-\frac{2}{13}i$ **D.** $\frac{-114+2i}{13}$

Câu 4. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(1+i)(3-2i)+\frac{1}{3+i}$.

A. $-\frac{53}{10}-\frac{9}{10}i$ **B.** $\frac{53}{10}+\frac{9}{10}i$ **C.** $-\frac{53}{10}+\frac{9}{10}i$ **D.** $\frac{53}{10}-\frac{9}{10}i$

Câu 5. Cho số phức $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Khi đó $w=z^{23}$ bằng

A. 1 **B.** $-i$ **C.** i **D.** -1

Câu 6. Với mỗi số ảo z, số $z^2+|z|^2$ là

A. Số thực âm **B.** Số thực dương
C. Số ảo khác 0 **D.** Số 0

Câu 7. Phần thực của số phức z^2 khi biết số phức $z=1+3i$:

A. -8 **B.** 10 **C.** $8+6i$ **D.** $-8+6i$

Câu 8. Phần thực của số phức: $z=\frac{3-4i}{4-i}$ bằng

A. $\frac{16}{17}$ **B.** $\frac{3}{4}$ **C.** $-\frac{13}{17}$ **D.** $-\frac{3}{4}$

Câu 9. Tính $z=(2i-1)(3-i)(6-i)$

A. 1 **B.** $43i$ **C.** $1+43i$ **D.** $1-43i$

Câu 10. Tìm phần thực của số phức $z=\frac{2-3i}{(1-i)(2+i)}$

A. $\frac{9}{10}$ **B.** $-\frac{9}{10}$ **C.** $-\frac{7}{10}$ **D.** $-\frac{7i}{10}$

Câu 11. Phần thực và ảo của số phức $z=\frac{2i(1-3i)}{(1+i)^2}$ lần lượt là:

A. $-3;1$ **B.** $1;3$ **C.** $-3;-1$ **D.** $1;-3$

Câu 12. Phần thực của số phức $z=\frac{3-i}{2+i}+\frac{3+2i}{1-i}$

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $-\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{3}{2}$

Câu 13. Phần ảo của số phức $z=\frac{3-i}{2-i}-\frac{3-2i}{1-i}$

A. $-\frac{11}{10}$ **B.** $-\frac{3}{10}$ **C.** $-\frac{3}{10}i$ **D.** $-\frac{11}{10}i$

Câu 14. Cho số phức $z=\frac{1+i}{1-i}+\frac{1-i}{1+i}$. Trong các kết luận sau kết luận nào sai ?

A. $z\in\mathbb{R}$

B. z là số thuần ảo.

C. Mô đun z bằng 1

D. z có phần thực và phần ảo đều bằng 0.

Đáp án

1	2	3	4	5	6	7
B	A	B	D	C	D	A
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
A	A	A	D	B	B	C

B. Tìm căn bậc hai, chuyển số phức về dạng lượng giác.

I. Tìm căn bậc hai của số phức và tính tổng các hệ số của căn đó

Bài toán tổng quát:

Cho số phức z thỏa mãn $z = f\left(a, bi\right)$. Tìm một căn bậc hai của số phức z và tính tổng, tích hoặc một biểu thức của hệ số.

Phương pháp giải:

- ***Cách 1:*** Đối với việc tìm căn bậc hai của một số phức cách nhanh nhất là bình phương các đáp án xem đáp án nào trùng với số phức đề cho. Tuy nhiên, phải biến đổi số phức về dạng $z = a + bi$.
- ***Cách 2:*** Không vào chế độ MODE 2, để chế độ MODE 1.
  - ➢ Ấn SHIFT + sẽ xuất hiện và nhập **Pol(** phần thực, phần ảo) và sau đó ấn =. Lưu ý dấu "," là SHIFT).
  - ➢ Ấn tiếp SHIFT − sẽ xuất hiện và nhập $\text{Rec}\left(\sqrt{X}, \frac{Y}{2}\right)$ sau đó ấn = thì được lần lượt phần thực, phần ảo của căn bậc hai số phức.

Tuy nhiên, việc cho số phức dưới dạng mà yêu cầu học sinh phải thu gọn lại thì mới có thể dùng cách này được.

- ***Cách 3:*** Để máy ở chế độ MODE 2.
  - ➢ Nhập số phức z bằng để lưu vào **Ans**
  - ➢ Viết lên màn hình

$$\sqrt{|Ans|}\angle\frac{arg(Ans)}{2}$$

√■ SHIFT hyp Ans ▶ ▶ SHIFT (−) 2 1 Ans) ▭ 2

  - ➢ Nhấn = được một trong hai căn bậc hai của số phức z.

Một số ví dụ vận dụng:

Ví dụ 1:

Tìm hai căn bậc hai của số phức $z = 60 - 32i$.

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

Đặt $w = a + bi$ là căn bậc 2 của số phức z.

$\omega^2 = z$

$\Leftrightarrow (a+bi)^2 = 60 - 32i$

$\Leftrightarrow a^2 + 2abi - b^2 = 60 - 32i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 60 \\ 2ab = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{16^2}{b^2} - b^2 = 60 \\ a = \dfrac{-16}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -60b^2 - b^4 + 256 = 0 \\ a = \dfrac{-16}{b} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4 \\ a = \dfrac{-16}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 2, a = -8 \\ b = -2, a = 8 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow w = \pm(8 - 2i)$

Giải bằng casio – vinacal

Nhấn MODE 2 $60 - 32i$ =

Sau đó nhập như hướng dẫn ở trên và được kết quả như hình.

CMPLX Math ▲
$\sqrt{|Ans|}\angle\dfrac{arg(Ans)}{2}$
8−2i

Vậy z có hai căn bậc hai là: $\pm(8 - 2i)$.

Lưu ý: Ngoài ra có thể thay Ans bằng $60 - 32i$ mà không cần nhập trước số phức để lưu vào Ans.

CMPLX Math ▲
$\sqrt{|60-32i|}\angle\dfrac{arg(\ldots}{}$
8−2i

Ví dụ 2:

Tìm một căn bậc hai của số phức $z=(-2-6i)+(2i-1)$.

A. $2+2i$ **B.** $1-2i$ **C.** $1+2i$ **D.** $-1-2i$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

có: $z=(-2-6i)+(2i-1)=-3-4i$

Đặt $w=a+bi$ là căn bậc hai của số phức z

$\omega^2=z$

$\Leftrightarrow (a+bi)^2=-3-4i$

$\Leftrightarrow a^2+2abi-b^2=-3-4i$

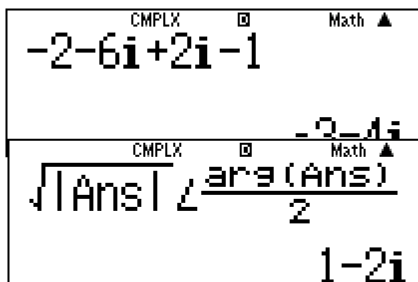
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=-3 \\ 2ab=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{b^2}-b^2-3=0 \\ a=-\dfrac{2}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b^2-b^4+4=0 \\ a=-\dfrac{2}{b} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2=4 \\ a=-\dfrac{2}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2, a=-1 \\ b=-2, a=1 \end{array}\right. \Rightarrow w=\pm(1-2i)$$

Giải bằng casio – vinacal

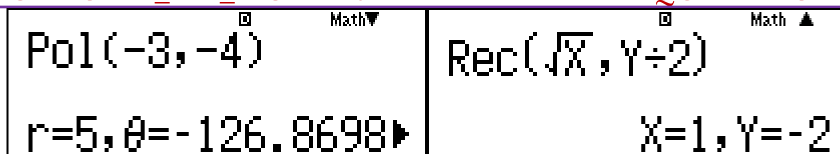
Cách 1: Bật chế độ MODE 2. Sau đó rút gọn z về dạng tối giản $z=-3-4i$.

Tiếp tục nhập như hình bên được kết quả một căn bậc hai của số phức z là $1-2i$.



Cách 2: Bật lại chế độ MODE 1.

Sau đó bấm **Pol** ((−) 3 , (−) 4) =. Tiếp tục ấn **Rec** (√■ X , Y ÷ 2) = và được kết quả:



Cách 3: Bật chế độ MODE 2. Sau đó rút gọn z về dạng tối giản $z = -3 - 4i$. Sau đó bình phương từng đáp án sẽ thấy đáp án B khi bình phương lên thì sẽ đúng với đề bài.

II. Đưa số phức về dạng lượng giác

Bài toán tổng quát:

Cho số phức z thỏa mãn $z = f\left(a, bi\right)$. Tìm dạng lượng giác (Môđun, góc lượng giác) của số phức z.

Phương pháp giải:

- Bật chế độ MODE 2. Nhập số phức vào màn hình rồi ấn SHIFT 2 3 được $r\angle\theta$. Trong đó r là môđun, θ là góc lượng giác.
- Ngược lại, bấm $r\angle\theta$ rồi bấm SHIFT 2 4.

Một số ví dụ vận dụng:

Ví dụ 1:

Chuyển số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$ về dạng lượng giác. Tìm góc của số phức z.

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 90^0

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

đặt $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ nhận thấy r khác 0 và $\cos\alpha \neq 0$

Khi đó, có $\begin{cases} r\cos\alpha = 1 \\ r\sin\alpha = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan\alpha = \sqrt{3} \\ r\sin\alpha = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{\pi}{3} \\ r = 2 \end{cases}$

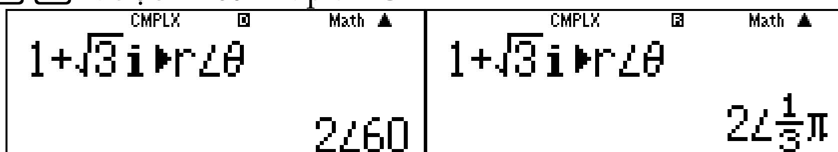
Vậy góc cần tìm là 60^0 chọn câu C.

Nếu học sách nâng cao thì có thể làm như sau:

$r=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$; $\tan\varphi=\sqrt{3}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{3}$.

Giải bằng casio – vinacal

Bật chế độ MODE 2 sau đó nhập số phức vào màn hình và bấm SHIFT 2 3 được $2\angle 60$. Đáp án C.



Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho số phức $z=1-i\sqrt{3}$. Hãy chọn mệnh đề sai:

A. Một argument của z là $\frac{2\pi}{3}$ **B.** Môđun của z bằng 2

C. Điểm biểu diễn của z: $M\left(1;-\sqrt{3}\right)$ **D.** $z=2\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

Câu 2. Căn bậc hai của -4 là:

A. $-2i$ **B.** Không xác định

C. $2i$ **D.** $\pm 2i$

Câu 3. Cho số phức $z=-5-12i$. Khẳng định nào sai.

A. $w=2-3i$ là một căn bậc hai **B.** $\bar{z}=-5+12i$

C. Môđun của z bằng 13 **D.** $z^{-1}=-\frac{5}{160}+\frac{12}{160}i$

Câu 4. Căn bậc hai của $z=32+24i$

A. $6+2i$ **B.** $6-2i$ **C.** $5-2i$ **D.** $5+2i$

Câu 5. Căn bậc 2 của $z=-3+4i$

A. $1-2i$ **B.** $1+2i$ **C.** $1+3i$ **D.** $1-3i$

Câu 6. Acgumen của $z=1+i$ bằng:

A. $\frac{3\pi}{4}+k2\pi$ **B.** $-\frac{\pi}{4}+k2\pi$ **C.** $\frac{\pi}{4}+k2\pi$ **D.** $\frac{\pi}{2}+k2\pi$

Đáp án

1	2	3	4	5	6
A	D	D	A	B	A

C. Phương trình số phức và các bài toán liên quan

I. Phương trình không chứa ẩn

Bài toán tổng quát:

Cho phương trình $az^2+bz+c=0$. Phương trình có nghiệm (số nghiệm) là: .... 4 đáp án.

Phương pháp giải:

Thử nghiệm giống như phương trình đại số và dùng **CALC** để thử nghiệm.

II. Phương trình tìm ẩn

Bài toán tổng quát:

Tìm tham số để $f(z)=0$ nhận nghiệm $z_1,z_2,...$

Phương pháp giải:

Dùng máy tính cầm y thử từng đáp án A, B, C, D.

Một số ví dụ vận dụng:

Ví dụ 1:

Phương trình $z^2-(5-i)z+8-i=0$ có nghiệm là:

A. $z=3+i; z=-3-i$ **B.** $z=1-3i; z=-1+3i$

C. $z=3-2i; z=2+i$ **D.** $z=1+i; z=-1-i$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$z^2-(5-i)z+8-i=0$$

$$\Delta=(5-i)^2-4.1.(8-i)=-8-6i$$

Dùng các thao tác đã được trình bày ở phần trên sẽ tìm được căn bậc hai của Δ, được $\Delta=(1-3i)^2$.

Khi đó nghiệm của phương trình đã cho là:

$z=\dfrac{5-i+-3i}{2}=3-2i$ hoặc $z=\dfrac{5-i-1+3i}{2}=2+i$.

Vậy chọn đáp án C

Giải bằng casio – vinacal

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $X^2-(5-i)X+8-i=0$

Bước 3: Bấm CALC X? nhập lần lượt các kết quả ở câu A, B, C, D và ấn =. Đáp án nào ra bằng 0 thì chọn.

Ví dụ 2:

Tìm số phức z thỏa mãn $(1+i)(2i+1)z-2-6i=2i^3$.

A. $1+2i$ **B.** $1-2i$ **C.** $1+i$ **D.** $1-i$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(1+i)(2i+1)z-2-6i=2i^3$$
$$\Leftrightarrow (1+i)(2i+1)z=2i^3+6i+2$$
$$\Leftrightarrow z=\frac{2i^3+6i+2}{(1+i)(2i+1)}=\frac{-2i+6i+2}{-1+3i}=1-i$$

Giải bằng casio – vinacal

 *Cách 1:*

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $X^2-(5-i)X+8-i=0$

Bước 3: Bấm CALC X? nhập lần lượt các kết quả ở câu A, B, C, D và ấn =. Đáp án nào ra bằng 0 thì chọn.

 *Cách 2:*

Nhận thấy đây là phương trình bậc nhất. Do đó phương trình tương đương với $z=\frac{2i^3+2+6i}{(1+i)(2i+1)}$. Đến đây bài toán quay về dạng đầu tiên đã nói và chỉ việc bấm máy tính.

Ví dụ 3:

Tìm số phức z thỏa mãn $(2+3i)z+(2+i)\bar{z}=-2+4i$.

A. $3+2i$ **B.** $1+3i$ **C.** $4+i$ **D.** $2+3i$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(2+3i)z+(2+i)\bar{z}=-2+4i$$
$$\Leftrightarrow (2+3i)(a+bi)+(2+i)(a-bi)=-2+4i$$
$$\Leftrightarrow 4a-2b+i.4a=-2+4i$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4a=4\\4a-2b=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=3\end{cases} \Rightarrow z=1+3i$$

Giải bằng casio – vinacal

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $(2+3i)(X+Yi)+(2+i)(X-Yi)+2-4i=0$

Bước 3: Bấm CALC X? nhập phần thực, Y? nhập phần ảo lần lượt từ các đáp án ở câu A, B, C, D và ấn =. Đáp án nào ra bằng 0 thì chọn.

Bài tập vận dụng:

Câu 1. Giải phương trình sau: $z^2+(1-i)z-18+13i=0$

A. $z=4-i;z=-5+2i$ **B.** $z=4-i;z=-5-2i$
C. $z=4-i;z=-5-2i$ **D.** $z=4+i;z=-5+2i$

Câu 2. Giải phương trình sau: $8z^2-4z+1=0$.

A. $z=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;z=\frac{5}{4}-\frac{1}{4}i$ **B.** $z=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;z=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}i$
C. $z=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;z=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ **D.** $z=-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i;z=-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

Câu 3. Nghiệm của phương trình $3x+(2+3i)(1-2i)=5+4i$ trên tập số phức là:

A. $1-\frac{5}{3}i$ **B.** $-1+\frac{5}{3}i$ **C.** $1+\frac{5}{3}i$ **D.** $-1-\frac{5}{3}i$

Câu 4. Biết z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Khi đó giá trị của $z_1^2+z_2^2$ là:

A. $\frac{9}{4}$ **B.** $-\frac{9}{4}$ **C.** 9 **D.** 4

Câu 5. Phương trình $z^2+az+b=0$ có một nghiệm phức là $z=1+2i$. Tổng hai số a và b là:

A. 0 **B.** -4 **C.** 3 **D.** -3

Câu 6. Gọi z à một nghiệm phức có phần thực dương của phương trình $z^2+(1+2i)z-17+19i=0$. Khi đó nếu $z^2=a+bi$ thì tích ab bằng

A. -168 **B.** -12 **C.** -240 **D.** -5

Câu 7. Gọi z_1,z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình $z^2-4z+5=0$. Khi đó phần thực của $z_1^2+z_2^2$ là:

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 7

Câu 8. Bộ số thực $(a;b;c)$ để phương trình $z^3+az^2+bz+c=0$ nhận $z=2$ và $z=1+i$ làm nghiệm là:

A. $(-4;6;-4)$ **B.** $(4;-6;4)$ **C.** $(-4;-6;-4)$ **D.** $(4;6;4)$

Câu 9. Phương trình $z^2-2z+5=0$ có nghiệm là z_1 và z_2. Tính $P=z_1^4+z_2^4$.

A. -14 **B.** 14 **C.** $-14i$ **D.** $14i$

Câu 10. Gọi z là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức z là:

A. $M(-1;2)$ **B.** $M(-1;-2)$

C. $M\left(-1;-\sqrt{2}\right)$ **D.** $M\left(-1;-\sqrt{2}i\right)$

Câu 11. Cho số phức z có phần ảo âm và thỏa mãn $z^2-3z+5=0$. Tìm môđun của số phức $w=2z-3+\sqrt{14}$

A. 4 **B.** $\sqrt{17}$ **C.** $2\sqrt{6}$ **D.** 5

Câu 12. Cho phương trình $z^2-2z+5=0$. Tính tổng môđun của hai nghiệm phức ở phương trình trên.

A. $2\sqrt{5}$ **B.** 10 **C.** 3 **D.** 6

Câu 13. Nghiệm của phương trình $z^2-(1-i)z+2+i=0$ là

A. $1-2i;i$ **B.** $1+2i;-i$ **C.** $1-2i;-i$ **D.** $1+2i;i$

Câu 14. Cho số phức $z=3+4i$ và $\bar{z}$ là số phức liên hợp của z. Phương trình bậc hai nhận z và $\bar{z}$ làm nghiệm là:

A. $z^2-6z+25=0$ **B.** $z^2+6z-25=0$

C. $z^2-6z+\frac{3}{2}i=0$ **D.** $z^2-6z+\frac{1}{2}=0$

Câu 15. Nghiệm của phương trình $z^3+1=0$ có nghiệm là

A. -1 **B.** $-1;\frac{1\pm i\sqrt{3}}{2}$

C. $-1;\frac{5\pm i\sqrt{3}}{4}$ **D.** $-1;\frac{2\pm i\sqrt{3}}{2}$

Đáp án

1	2	3	4	5	6	7	8
A	C	B	B	C	A	A	A
9	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
A	C	D	A	A	A	B	

D. Tìm số phức thỏa mãn điệu kiện phức tạp.

Bài toán tổng quát:

Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn điều kiện nào đó và yêu cầu tìm số phức z và một số vấn đề liên quan.

Phương pháp giải:

- Nếu đề bài yêu cầu tìm z thì quay về bài toán giải phương trình và thử nghiệm là xong.
- Ngoài ra, còn có một cách khác để làm vấn đề này.
  - Nhập điều kiện vào máy tính. Lưu ý thay $z = X + Yi$ và liên hợp của $z = X - Yi$.
  - CALC X = 1 0 0 0 và Y = 1 0 0.
  - Sau khi ra kết quả $a + bi$ thì sẽ phân tích *a*, *b* theo *X* và *Y* để được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn để giải ra tìm *X* và *Y*.

Một số ví dụ vận dụng:

Ví dụ 1:

Tìm phần ảo của số phức $z = a + bi$ biết rằng số phức z thỏa mãn $(1+i)^2(2-i)z = 8 + i + (2+2i)z$.

A. 4 **B.** -4 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{1}{2}$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(1+i)^2(2-i)z = 8 + i + (2+2i)z$$
$$\Leftrightarrow 2i(2-i)z - (2+2i)z = 8 + i$$
$$\Leftrightarrow 2iz = 8 + i \Leftrightarrow z = \frac{8+i}{2i} = \frac{1}{2} - 4i$$

Giải bằng casio – vinacal

Cách 1: Nhận thấy phương trình trên là phương trình bậc nhất theo ẩn z. Do đó, phương trình tương đương với:

$$z=\frac{8+i}{(1+i)^2(2-i)-(2+2i)}$$

Và thực hiện bấm máy tính như vấn đề đầu tiên của chuyên đề này, được kết quả: $z=\frac{1}{2}-4i$.

Cách 2:

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập

$(1+i)^2(2-i)(X+Yi)-8-i-(2+2i)(X+Yi)$

CMPLX Math
(1+i)²(2-i)(X+Y
-208+1999i

Bước 3: Bấm CALC X = 1 0 0 0 Y = 1 0 0 sau đó ấn = được kết quả $-208+1999i$.

Phân tích $-208\leftrightarrow 0X-2Y-8=0$ và $1999\leftrightarrow 2X+0Y-1=0$. Giải hệ trên được $X=\frac{1}{2},Y=-4$.

Ví dụ 2: *Đề minh họa lần 2 kì thi THPT QG 2017*

Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=\frac{1}{2}$ **B.** $P=1$ **C.** $P=-1$ **D.** $P=-\frac{1}{2}$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$

$\Leftrightarrow(1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$

$\Leftrightarrow 3a-b+i(a-b)=3+2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b=3 \\ a-b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a+b=-1$$

Giải bằng casio – vinacal:

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập

$(1+i)(X+Yi)+2(X-Yi)-3-2i$

(1+i)(X+Yi)+2(X▸
2897+898i

Bước 3: Bấm CALC X = 1 0 0 0 Y = 1 0 0

Sau đó ấn = được kết quả $2897+898i$.

Bước 4: Phân tích $2897 \leftrightarrow 3X-Y-3=0$, $898 \leftrightarrow X-Y-2=0$.

Giải hệ trên được $X=\dfrac{1}{2};Y=-\dfrac{3}{2}$.

Vậy $P=X+Y=-1$

Ví dụ 3: *Đề thi Cao đẳng 2010*

Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện

$$(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2.$$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2$$

$$\Leftrightarrow (2-3i)(a+bi)+(4+i)(a-bi)=8-6i$$

$$\Leftrightarrow 6a+4b+i(-2a-2b)=8-6i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a+4b=8 \\ -2a-2b=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow z=-2+5i$$

Giải bằng casio – vinacal:

Gọi số phức z cần tìm là $z=x+yi$. Khi đó $\overline{z}=x-yi$.

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập
$(2-3i)(X+Yi)+(4+i)(X-Yi)+(1+3i)^2$

Bước 3: Bấm CALC X = 1 0 0 0 Y = 1 0 0
Sau đó ấn =, được kết quả $6392-2194i$.

Bước 4: Phân tích $6392 \leftrightarrow 6X+4Y-8=0$,
$-2194 \leftrightarrow -2X-2Y+6=0$.
Giải hệ trên được $X=-2; Y=5$. Vậy $z=-2+5i$

Ví dụ 4: *Đề thi Cao đẳng 2011*
Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)^2 z+\overline{z}=4i-20$.

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:
Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$

$$(1+2i)^2 z+\overline{z}=4i-20$$
$$\Leftrightarrow (-3+4i)(a+bi)+(a-bi)=4i-20$$
$$\Leftrightarrow -2a-4b+i(4a-4b)=-20+4i$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}-2a-4-20\\ 4a-4b=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\ b=3\end{cases} \Rightarrow z=4+3i$$

Giải bằng casio – vinacal:

Gọi số phức z cần tìm là $z=x+yi$. Khi đó $\overline{z}=x-yi$.

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $(1+2i)^2(X+Yi)+X-Yi-4i+20$

Bước 3: Bấm CALC X = 1 0 0 0 Y = 1 0 0
Sau đó ấn = được kết quả $-2380+3596i$.

Bước 4: Phân tích $-2380 \leftrightarrow -2X-4Y+20=0$,
$3596 \leftrightarrow 4X-4Y-4=0$.
Giải hệ trên được $X=4; Y=3$. Vậy $z=4+3i$

Ví dụ 5:

Số phức z thỏa mãn $\frac{|z|^2}{z}+2iz+\frac{2(z+i)}{1-i}=0\,(1)$ có dạng là $a+bi$.

Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

A. $\frac{3}{5}$ **B.** -5 **C.** 5 **D.** $\frac{5}{3}$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$(1)\Leftrightarrow\frac{a^2+b^2}{a+bi}+2i(a+bi)+\frac{2(a+bi+i)}{1-i}=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{(a^2+b^2)(a-bi)}{a^2+b^2}+2ia-2b+\frac{2(a+bi+i)(1+i)}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow a-bi+2ai-2b+a+ai+bi-b+i-1=0$$

$$\Leftrightarrow 2a-3b-1+i(3a+1)=0$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-3b-1=0\\3a+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{3}\\b=-\frac{5}{9}\end{cases}\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{3}{5}$$

Giải bằng casio – vinacal:

$$(1)\Leftrightarrow(1-i)\bar{z}+2i(1-i)z+2(z+i)=0$$

Gọi số phức z cần tìm là $z=x+yi$. Khi đó $\bar{z}=x-yi$.

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $(1-i)(X-Yi)+2i(1-i)z+2(z+i)$

Bước 3: Bấm CALC X = 1 0 0 0 Y = 1 0 0

Sau đó ấn = được kết quả $4700+1302i$.

Bước 4: Phân tích $4700\leftrightarrow 5X-3Y=0$, $1302\leftrightarrow X+3Y+2=0$.

Vậy $\frac{X}{Y}=\frac{3}{5}$.

Một số lưu ý: *Không phải dạng bài tập số phức nào cũng áp dụng thủ thuật này, nó chỉ dùng tốt khi bài toán trên đưa về được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn. Hay nói cách khác, cách này chỉ dùng được khi đề bài không có* $|z|, z.\overline{z}$ *và* z^2.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Số phức thỏa mãn $\frac{5(\overline{z}+i)}{z+1}=2-i$ có dạng $a+bi$. Khi đó biểu thức $(a+b)^{a+b}$ bằng:

A. 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 8

Câu 2. Số phức thỏa mãn $(2z-1)(1+i)+(\overline{z}+1)(1-i)=2-2i$ có dạng $a+bi$. Khi đó biểu thức $\frac{a^2+2b^2}{a-b}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** 34 **D.** 3

Câu 3. Tìm số phức z thỏa mãn điều kiện $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

A. $z=2+i$ **B.** $z=-2-i$ **C.** $z=2-i$ **D.** $z=-2+i$

Câu 4. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z+\frac{2+i}{i}=(2-i)\overline{z}$. Tính môđun số phức $w=z-i$.

A. $\frac{\sqrt{26}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{5}$ **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$ **D.** $\frac{\sqrt{26}}{25}$

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $(3-2i)\overline{z}-4(1-i)=(2+i)z$. Môđun của số phức z là:

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{10}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $(z+2)(1+2i)=5\overline{z}$. Tính môđun của số phức $w=(z+2i)^{2017}$.

A. 2^{1008} **B.** $2^{2008}\sqrt{2}$ **C.** 2^{1007} **D.** $2^{1007}\sqrt{2}$

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $(2-3i)z+(4+i)\overline{z}+(1+3i)^2=0$. Gọi a và b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$. Khi đó $2a+3b$ bằng:

A. 11 **B.** 1 **C.** -19 **D.** 4

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z-i\overline{z}=2+5i$. Số phức cần tìm là:

A. $z=3+4i$ **B.** $z=3-4i$ **C.** $z=4-3i$ **D.** $z=4+3i$

Câu 9. Cho số phức thỏa mãn điều kiện $2z+3(1-i)\overline{z}=1-9i$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{13}$ **B.** $\sqrt{82}$ **C.** $\sqrt{5}$ **D.** 13

Đáp án

1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	A	C	C	C	B	A	A	A

E. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa mãn điều kiện

Bài toán tổng quát:

Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện nào đó.

Phương pháp giải: *Ưu tiên dùng hai máy tính để giải*

- Máy thứ nhất nhập điều kiện của đề cho số phức và liên hợp của số phức z.
- Máy thứ 2 lần lượt các đáp án. lấy hai điểm thuộc các đáp án.
- CALC 2 điểm vừa tìm được vào điều kiện. Cái nào ra kết quả bằng 0 thì đáp án đó đúng.

Một số ví dụ vận dụng:

Ví dụ 1:

Tìm tập hợp số phức z thỏa mãn $|z+2+i|=|\bar{z}-3i|$.

A. $y=-x+1$ **B.** $y=x-1$ **C.** $y=-x-1$ **D.** $y=x+1$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

Đặt số phức z có dạng $z=x+yi; x,y\in\mathbb{R}$.

$$|z+2+i|=|\bar{z}-3i|$$
$$\Leftrightarrow |x+yi+2+i|=|x-yi-3i|$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(-y-3)^2}$$
$$\Leftrightarrow 4x+4+2y+1=6y+9$$
$$\Leftrightarrow 4x-4y-4=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$$

Giải bằng casio – vinacal

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $\left|X+Yi+2+i\right|-\left|X-Yi-3i\right|$

Bước 3:

- Thử đáp án A: Cho $y=0$ được $x=1$. CALC $x=1, y=0$, kết quả bằng 0. Cho $x=0$ được $y=1$. CALC $x=0, y=1$, kết quả khác 0. Vậy loại đáp án A.

- Thử đáp án B: có điểm $A(1;0), B(0;-1)$. Thử điểm A, B thỏa.

Vậy đáp án B (*nếu không an tâm có thể thử thêm điểm nữa và các đáp án còn lại*).

Ví dụ 2:

Trong mặt phẳng Oxy, tìm tập hợp các biểu diễn đểm số phức z thỏa mãn $\left|zi-(2+i)\right|=2$.

A. $x+2y-1=0$ **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2=9$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=4$ **D.** $3x+4y-2=0$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận

Đặt số phức z có dạng $z+x+yi; x,y\in\mathbb{R}$.

$$\left|zi-(2+i)\right|=2 \Leftrightarrow \left|xi-y-2-i\right|=2$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{(y+2)^2+(x-1)^2}=2$$
$$\Leftrightarrow (y+2)^2+(x-1)^2=4$$

Giải bằng casio – vinacal

Bước 1: MODE 2

Bước 2: Nhập $\left|i(X+Yi)-(2+i)\right|-2$

Bước 3:

▪ Thử đáp án A: Lấy $A(1;0)$, dùng CALC kiểm tra được bằng 0. Lấy điểm $B\left(0;\frac{1}{2}\right)$, dùng CALC kiểm tra được khác 0. Vậy loại Đ.A A.

▪ Thử đáp án B: Lấy $A(-1;-1)$, dùng CALC kiểm tra được khác 0. Loại đáp án B.

▪ Thử đáp án C: Lấy $A(1;0)$, dùng CALC kiểm tra được bằng 0. Lấy điểm $B(-1;-2)$, dùng CALC kiểm tra được bằng 0. Vậy đáp án C.

<u>Bài tập vận dụng</u>

Câu 1. Cho số phức *z* thỏa mãn $2|z-2+3i|=|2i-1-2\bar{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức *z* là:

A. $20x-16y-47=0$ **B.** $20x+16y-47=0$

C. $20x+16y+47=0$ **D.** $20x-16y+47=0$

Câu 2. Giả sử $M(z)$ là điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức *z*. Tìm tập hợp các điểm $M(z)$ thỏa mãn $|z-1+i|=2$

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$ **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

C. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$ **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2=4$

Câu 3. Cho số phức $w=iz+1$ với $|z-1+2i|=\sqrt{2}$. Khi đó tập hợp điểm *M* biểu diễn số phức *w* trong mặt phẳng *Oxy* là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=2$ **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2=2$

C. $(x-3)^2+(y+1)^2=2$ **D.** $(x-3)^2+(y-1)^2=2$

Câu 4. Cho số phức *z* thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức *z* có phương trình

A. $x^2+y^2+2y+1=0$ **B.** $x^2+y^2-2y+1=0$

C. $x^2+y^2+2y-1=0$ **D.** $x^2+y^2-2y-1=0$

Câu 5. Tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa mãn điều kiện $\left|z+\bar{z}+3\right|=4$ là hai đường thẳng:

A. $x=\frac{1}{2};x=-\frac{7}{2}$ **B.** $x=-\frac{1}{2};x=-\frac{7}{2}$

C. $x=\frac{1}{2};x=\frac{7}{2}$ **D.** $x=-\frac{1}{2};x=\frac{7}{2}$

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, tìm tập hợp điểm *M* biểu diễn số phức *w* thỏa mãn điều điều $w=\left(1-2i\right)z+3$, biết số phức thỏa mãn $\left|z+2\right|=5$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2=125$ **B.** $(x+1)^2+(y+4)^2=125$

C. $(x+1)^2+(y-4)^2=125$ **D.** $(x+1)^2+(y-4)^2=125$

Đáp án

1	2	3	4	5	6
A	C	B	D	A	A

CHUYÊN ĐỀ 2: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

Làm quen với chức năng [MODE] [8] **(VECTOR).** Khi đó màn hình máy tính sẽ xuất hiện như sau:

```
Vector?
1:VctA    2:VctB
3:VctC
```

Sau đó nhập dữ liệu cho từng vectơ: Chọn [1] để nhập cho Vectơ A.

```
VctA(m)  m?
1:3      2:2
```

Chọn [1] để chọn hệ trục tọa độ *Oxyz*.

```
         VCT
A
[          0    0]
                 0
```

Ví dụ $\vec{a}=(1;2;3)$ thì nhập [1] [=] [2] [=] [3] [=].

Để nhập tiếp dữ liệu cho vectoB thì bấm [AC] [ALPHA] [5] [1] [2] [1]

```
         VCT
B
[          0    0]
                 0
```

Nhập dữ liệu cho vectoB [3] [=] [2] [=] [1] [=]

Tính tích có hướng của vecto A và B bấm như sau:

[AC] [SHIFT] [5] [3] [×] [SHIFT] [5] [4] [=]

```
         VCT
Ans
[          8   -4]
               -4
```

Tính tích vô hướng của hai vecto A và B bấm như sau:

[AC] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [SHIFT] [5] [4] [=]

VCT
VctA·VctB
10

Để tính tích hỗn tạp của ba vecto thì sẽ nhập thêm dữ liệu cho vectoC.

AC SHIFT 5 1 3 1 4 = 5 = 6 =

VCT
C
[4 5]
6

AC (SHIFT 5 3 × SHIFT 5 4) SHIFT 5 7 SHIFT 5 5 =

VCT
(VctA×VctB)·VctC
0

Để tính độ dài vecto A, bấm SHIFT hyp SHIFT 5 3 =

VCT
Abs(VctA)
3.741657387

<u>Một số ví dụ vận dụng:</u>

Ví dụ 1:

Cho ba vectơ $\vec{a}=(2;-1;0)$, $\vec{b}=(-1;-2;2)$, $\vec{c}=(-2;1;0)$.

a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{v}=-2\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}$ và $\vec{u}=3\vec{a}-2\vec{c}$.

b. Chứng tỏ $\vec{a}\perp\vec{b}$ và $\vec{b}\perp\vec{c}$.

<u>Giải :</u>

Giải theo tư duy tự luận:

a.

$\vec{v}=-2\vec{a}+3\vec{b}-5\vec{c}=-2(2;-1;0)+3(-1;-2;2)-5(-2;1;0)=(3;-9;6)$

$\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{c} = 3(2;-1;0) - 2(-2;1;0) = (2;-5;0)$

b. $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 2.(-1) - 1.(-2) + 0.2 = 0$

$\vec{b} \perp \vec{c} \Leftrightarrow \vec{c}.\vec{b} = -2.(-1) - 2 + 0.2 = 0$

Giải bằng casio – vinacal:

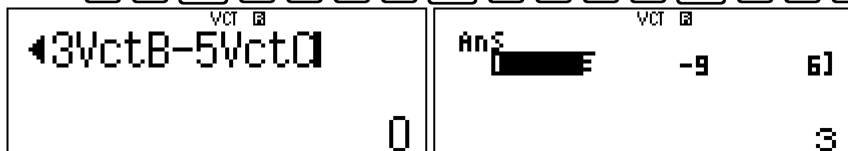
Bước 1: Bấm MODE 8 1 1 2 = − 1 = 0 =

Bước 2: Bấm AC SHIFT 5 1 2 1 − 1 = − 2 = 2 =

Bước 3: Bấm AC SHIFT 5 1 3 1 − 2 = 1 = 0 =

a. Tính vecto$v$ (Bạn đọc tự tính vecto còn lại)

Bấm − 2 SHIFT 5 3 + 3 SHIFT 5 4 − 5 SHIFT 5 5 =



b. Kiểm tra tích vô hướng của hai vectơ.

ALPHA 5 3 SHIFT 5 7 SHIFT 5 4 =



Ví dụ 2:

Trong không gian *Oxyz,* cho bốn điểm $A(1;-2;4)$; $B(-3;2;0)$; $C(3;-1;0)$; $D(5;-2;1)$. Chứng minh rằng 4 điểm *A, B, C, D* không đồng phẳng.

Giải :

Giải theo tư duy tự luận:

$\overrightarrow{AB} = (-4;4;-4); \overrightarrow{AC} = (2;1;-4); \overrightarrow{AD} = (4;0;-3);$

$\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-12;-24;-12); \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = -12$.

Vậy 4 điểm *A, B, C, D* không đồng phẳng.

Giải bằng casio – vinacal:

có $\overrightarrow{AB}=(-4;4;-4)$, $\overrightarrow{AC}=(2;1;-4)$; $\overrightarrow{AD}=(4;0;-3)$.

Nhập các vectơ vào máy tính.

có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=-12$. Vậy 4 điểm *A, B, C, D* không đồng phẳng.

```
VCT
(VctA×VctB)·VctC
                -12
```

Ví dụ 3:

Trong không gian, cho ba điểm $A(3;4;-1)$; $B(2;0;3)$; $C(-3;5;4)$. Tính độ dài cách cạnh của m giác *ABC*. Tính cosin góc *A*. Tính diện tích m giác *ABC*.

Giải :

Giải theo tư duy tự luận:

có: $\overrightarrow{AB}=(-1;-4;4)$; $\overrightarrow{AC}=(-6;1;5)$; $\overrightarrow{BC}=(-5;5;1)$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=22$,

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-24,-19,-25)$

$AB=\sqrt{33}; AC=\sqrt{62}; BC=\sqrt{51}$

$$\cos BAC=\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}=\frac{22}{\sqrt{33.62}}$$

Diện tích m giác *ABC*: $S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=39,522$.

Giải bằng casio – vinacal

có $\overrightarrow{AB}=(-1;-4;4)$; $\overrightarrow{AC}=(-6;1;5)$; $\overrightarrow{BC}=(-5;5;1)$.

Nhập các vecto vào máy tính:

Để tính độ dài cạnh *AB*, tính độ dài vecto*AB* bình phương như sau:

SHIFT hyp SHIFT 5 3) x^2 =

```
VCT
Abs(VctA)²
                33
```

Từ đó suy ra độ dài.

$$\cos BAC = \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{AC}\right|}$$

Tính tích vô hướng vectoAB với vectoAC

[MODE] [SHIFT] [5] [3] [SHIFT] [5] [7] [SHIFT] [5] [4]

Từ đó tính được cos$A$.

Diện tích m giác ABC: $S = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$.

VCT
Ans
[redacted] -19 -25]
-24

Từ đó tính được diện tích.

Ví dụ 4:

Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm $A(1;2;0)$ và song song với giá của hai $\overrightarrow{u_1} = (1;1;-2)$, $\overrightarrow{u_2} = (3;-4;1)$.

Giải:

Cú pháp bấm máy tính: **VxVtB-Vns.VtC**

Lần lượt nhập $\overrightarrow{u_1}$ cho V, $\overrightarrow{u_2}$ cho VtB và điểm A cho VtC.

VCT Ans [redacted] -7 -7] -7	VCT VctAns·VctC -21

Sau khi tính tích có hướng V, VtB thì có vns. Sau đó lấy vecto này nhân vô hướng với vectoC.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$-7x - 7y - 7z + 21 = 0 \text{ hay } x + y + z - 3 = 0$$

Bài tập vận dụng:

Câu 1. Trong không gian hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho ba vecto $\vec{a}=(1;2;2)$; $\vec{b}=(0;-1;3)$; $\vec{c}=(4;-3;-1)$. Xét các mệnh đề sau:

(1) $|\vec{a}|=3$ (2) $|\vec{c}|=\sqrt{26}$ (3) $\vec{a}\perp\vec{b}$ (4) $\vec{b}\perp\vec{c}$

(5) $\vec{a}.\vec{c}=4$ (6) $\vec{a},\vec{c}$ cùng phương (7) $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{2\sqrt{10}}{15}$

Số mệnh đề đúng:

A. 1 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 3

Câu 2. Trong không gian hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho ba vecto $\vec{a}=(4;3;4)$; $\vec{b}=(2;-1;2)$; $\vec{c}=(1;2;1)$. Tính $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}$

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Câu 3. Trong không gian hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho tứ diện *ABCD* với $A(0;0;1)$; $B(0;1;0)$; $C(1;0;0)$ và $D(-2;3;-1)$. Tính thể tích khối tứ diện *ABCD*.

A. $V=\frac{1}{3}$ (đvtt) **B.** $V=\frac{1}{2}$ (đvtt)

C. $V=\frac{1}{6}$ (đvtt) **D.** $V=\frac{1}{4}$ (đvtt)

Câu 4. Trong không gian hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho 4 điểm $A(2;-1;6)$; $B(-3;-1;-4)$; $C(5;-1;0)$; $D(1;2;1)$. Tính thể tích khối tứ diện *ABCD*.

A. 30 **B.** 40 **C.** 50 **D.** 60

Câu 5. Trong không gian hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho m giác *ABC* với $A(1;2;-1)$; $B(2;-1;3)$; $C(-4;7;5)$. Đường cao của m giác *ABC* hạ từ *AB* là:

A. $\sqrt{\frac{110}{57}}$ **B.** $\sqrt{\frac{1110}{53}}$ **C.** $\sqrt{\frac{1110}{57}}$ **D.** $\sqrt{\frac{111}{57}}$

Câu 6. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và song song với giá của hai vecto $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(3;0;5)$.

A. $5x-2y-3z-21=0$ **B.** $-5x+2y+3z+3=0$

C. $10x-4y-6z+21=0$ **D.** $4x-2y-3z+21=0$

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
C	B	C	A	C	B

CHUYÊN ĐỀ 3: NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

Làm quen với tính đạo hàm tại 1 điểm: SHIFT ∫□

$$\frac{d}{dx}(\square)\Big|_{x=\square}$$

Lúc này sẽ nhập hàm $F(x)$ và $x = A$ vào.

***Dạng 1:* Kiểm tra xem một hàm $F(x)$ bất kì nào trong 4 đáp an có phải là nguyên hàm của hàm $f(x)$ không?**

Cú pháp bấm máy tính: $f(A) - \frac{d}{dx}(F_i(x))\Big|_{x=A}$ .Trong đó: *f* là hàm số cần xác định nguyên hàm, F_i là các phương án đã cho. Biến *A* được nhập từ bàn phím để kiểm tra, *A* là hằng số thỏa mãn tập xác định. Nếu kết quả cho ít nhất một giá trị khác o thì loại đáp án đó. Nếu kết quả luôn cho giá trị bằng 0 với một dãy của *A* thì chọn phương án đó.

Ví dụ 1:

Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$ **B.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$

C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$ **D.** $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$

Giải

Giải theo tư duy tự luận:

$$\int f(x)dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$$

Giải bằng casio – vinacal:

Bước 1: Kiểm tra xem đáp án A có phải là nguyên hàm không?

Nhập biểu thức $\cos 2A - \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{x=A}$

CALC $A=0$, thấy bằng 0, tiếp $A=\frac{\pi}{2}$.

A? 0	cos(2X)−d/dx(½si▸ 0

Bước 2: Xảy ra khi bước 1 không phải đáp án (giả sử không phải bấm tiếp thì ra đáp án khác cũng không thỏa thì loại)..

A? 0	cos(2X)−d/dx(−2si▸ 5

Ví dụ 2:

Tìm nguyên hàm của $\int \frac{-2}{x(1+\ln x)^2}dx$.

A. $\frac{1+\ln x}{1-\ln x}+C$ **B.** $\frac{1-\ln x}{1+\ln x}+C$

C. $\frac{-1+\ln x}{1+\ln x}+C$ **D.** $\frac{1+\ln x}{-1+\ln x}+C$

Giải

Giải theo tư duy tự luận:

Đặt $t=\ln x \Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$.

$$\int \frac{-2dt}{(1+t)^2}=\frac{1-t}{1+t}+C=\frac{1-\ln x}{1+\ln x}+C$$

Giải bằng casio – vinacal

Bước 1: Kiểm tra xem đáp án A có phải là nguyên hàm không?

Nhập biểu thức $\dfrac{-2}{A(1+\ln A)^2}-\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1+\ln x}{1-\ln x}\right)\Bigg|_{x=A}$

CALC $A=1$

A? 1 | $\dfrac{-2}{A(1+\ln(A))^2}-\dfrac{d}{dx}$ -4

Kết quả khác 0, loại A.

Bước 2: Tiếp tục kiểm tra đáp án B. Nhập biểu thức

$$\frac{-2}{A(1+\ln A)^2}-\frac{d}{dx}\left(\frac{1-\ln x}{1+\ln x}\right)\Bigg|_{x=A}$$

CALC $A=1$

A? 1 | $\dfrac{-2}{A(1+\ln(A))^2}-\dfrac{d}{dx}$ 0°0'0"

CALC $A=e$

A? 2.718281828 | $\dfrac{-2}{A(1+\ln(A))^2}-\dfrac{d}{dx}$ -8.43×10^{-13}

Đáp án gần bằng 0 (do sai số). Vậy đáp án B.

Ví dụ 3:

Tìm nguyên hàm của $\int xe^{2x}dx$.

A. $\frac{1}{2}e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$ **B.** $2e^{2x}(x-2)+C$

C. $2e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$ **D.** $\frac{1}{2}e^{2x}(x-2)+C$

Giải

Giải theo tư duy tự luận:

$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x}dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int xe^{2x}dx = x.\frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2}dx = x.\frac{e^{2x}}{2} - \frac{e^{2x}}{4} + C$$

Giải bằng casio – vinacal

Bước 1: Kiểm tra xem đáp án A có phải là nguyên hàm không?

Nhập biểu thức $Ae^{2A} - \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}e^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)\Big|_{x=A}$

CALC $A=0$

A? 0	$Ae^{2A}-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}e^{2X}\left(X\right.\right.$ ▸ 0

CALC $A=0$

A? 2	$Ae^{2A}-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}e^{2X}\left(X\right.\right.$ ▸ 0

Dạng 2: **Cho hàm số $f(x)$ và các hàm số $F_i(x)$, hãy xác định một trong các hàm số $F_i(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ sao cho $F(x_0)=C$.**

Nhập trên máy tính như sau:

$$F_i(A)-C-\int_{x_0}^{A} f(x)dx$$

Trong đó x_0, C là những hằng số.

Ví dụ:

Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{5}{\sin x+3\cos x+3}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3\ln 2$ là

A. $F(x)=\ln\left|5\tan\dfrac{x}{2}+3\right|-7\ln 2$

B. $F(x)=5\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}-3\right|-7\ln 2$

C. $F(x)=\ln\left|5\tan\dfrac{x}{2}-3\right|-7\ln 2$

D. $F(x)=5\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}+3\right|-7\ln 2$

Giải

Bước 1: Chuyển đơn vị Deg sang Rad

Bước 2: Nhập biểu thức

$$\ln\left|5\tan\frac{A}{2}+3\right|-7\ln 2-3\ln 2-\int_{\frac{\pi}{2}}^{A}\frac{5}{5\sin x+3\cos x+3}$$

Calc để kiểm tra đáp án kết quả nào bằng 0 là đáp án cần tìm.

Dạng 3: **Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Hãy xác định tích phân của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[a;b]$.**

Nhập trên máy tính như sau:

$$\int_a^b f(x)dx - A$$

Trong đó A lần lượt là các đáp án A, B, C, D.

Lưu ý: Nên dùng hai máy tính casio.

Ví dụ 1: ***Đề minh họa THPT Quốc gia 2017 lần 1***

Tính tích phân $\int_0^{\pi} \cos^3 x \sin x dx$

A. $I=-\frac{1}{4}\pi^4$ **B.** $I=-\pi^4$ **C.** $I=0$ **D.** $I=-\frac{1}{4}$

Giải

Giải theo tư duy tự luận:

Đặt $t=\cos x \Rightarrow dt=-\sin x dx$

Đổi cận

$x=0 \Rightarrow t=1; x=\pi \Rightarrow t=-1$

Vậy $I=\int_{-1}^{1} t^3 dt = \frac{t^4}{4}\Big|_{-1}^{1} = 0$

Giải bằng casio – vinacal:

Do bài này có kết quả 0 nên bấm tích phân trước.

$\int_0^{\pi}(\cos(X))^3\sin($ ▸ → 0

Đáp án C

Ví dụ 2: ***Đề minh họa THPT Quốc gia 2017 lần 1***

Tính tích phân $\int_1^e x\ln x dx$

A. $I = \frac{1}{2}$ **B.** $I = \frac{e^2 - 2}{2}$ **C.** $I = \frac{e^2 + 1}{4}$ **D.** $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

Giải:

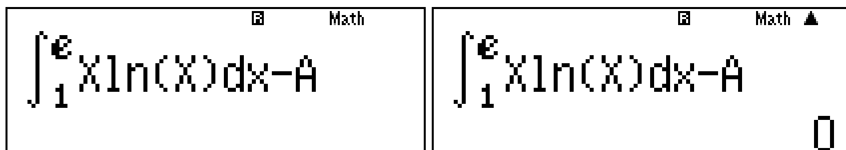
Giải bằng casio – vinacal:

Ở bài này thấy đáp án B, C, D lẻ. Như vậy, nên kiểm tra các đáp án đó trước.

Nhập vào máy tính $\int_1^e x\ln x dx - A$

Sau đó dùng CALC nhập X? để nguyên không nhập ấn "=" A? nhập lần lượt nhập đáp án.

Kiểm tra đáp án C được như hình vẽ:



Ví dụ 3: ***Đề minh họa THPT Quốc gia 2017 lần 1***

Trong các tích phân sau, tích phân nào có giá trị bằng $\frac{1}{16}$?

A. $\int_0^2 \frac{x^3dx}{(1+x^2)^3}$ **B.** $\int_1^2 \frac{x^3dx}{(1+x^2)^3}$ **C.** $\int_1^3 \frac{x^3dx}{(1+x^2)^3}$ **D.** $\int_0^1 \frac{x^3dx}{(1+x^2)^3}$

Giải

Cách 1: Nhập trực tiếp các phương án vào máy tính.

Cách 2: thấy các hàm trong dấu tích phân giống nhau nên có thể nhập như sau: $\int_A^B \frac{x^3dx}{(1+x^2)^3}$. Sau đó dùng CALC để nhập cận.

Ví dụ 4:

Trong các tích phân sau, tích phân nào có giá trị bằng $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$?

A. $\int_0^1 x^2\sqrt{x^2+1}dx$

B. $\int_0^1 x\sqrt{x+1}dx$

C. $\int_0^1 x^2\sqrt{x+1}dx$

D. $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$

Giải

Nhập biểu thức $\int_0^1 x^A\sqrt{x^B+1}dx-\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$. Sau đó dùng CALC để kiểm tra đáp án.

Dạng 4: **Ứng dụng của tích phân trong hình học**

Cho (H) là hình học phẳng giới hạn bởi $y=f(x);y=0;x=a;$ $x=b$. Khi đó có:

$$S=\int_a^b |f(x)|dx;\ V_{Ox}=\pi\int_a^b f^2(x)dx$$

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x);y=g(x)$.

Bước 1: Giải phương trình $f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \end{array}\right.$

Bước 2: $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx;\ V_{Ox}=\pi\int_a^b |f^2(x)-g^2(x)|dx$

Lưu ý: Nên dùng hai máy tính casio.

Ví dụ 1: ***Đề minh họa THPT Quốc gia 2017 lần 1***

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\frac{37}{12}$ **B.** $\frac{9}{4}$ **C.** $\frac{81}{12}$ **D.** 13

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Nhập biểu thức $\int_{-2}^{0} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| dx + \int_{0}^{1} \left|x^3 + x^2 - 2x\right| dx$

Ví dụ 2: ***Đề minh họa THPT Quốc gia 2017 lần 1***

Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$; trục tung và trục hoành. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e$ **B.** $V = (e^2 - 5)\pi$

C. $V = e^2 - 5$ **D.** $V = (4 - 2e)\pi$

Giải

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Nhập vào màn hình $V = \pi\int_{0}^{1} 4(x-1)^2 e^{2x} dx - A$.

Dạng 5: **Tích phân chống casio**

Tùy vào một số bài có thể bấm máy tính. Sau đây tôi đưa ra một số bài toán làm cơ sở giải theo kiểu máy tính casio – vinacal. Khi gặp bài tương tự các bạn có thể làm được.

Ví dụ 1:

Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}\sin x\cos^3 x dx$. Nếu đổi biến $t=\sin^2 x$ thì:

A. $I=\frac{1}{2}\int_0^1 e^t\left(1-t\right)dt$

B. $I=2\left[\int_0^1 e^t dt+\int_0^1 te^t dt\right]$

C. $I=2\int_0^1 e^t\left(1-t\right)dt$

D. $I=\frac{1}{2}\left[\int_0^1 e^t dt+\int_0^1 te^t dt\right]$

Giải

Giải theo tư duy tự luận:

Đặt $t=\sin^2 x\Rightarrow dt=2\sin x\cos xdx$

Đổi cận

$$x=0\Rightarrow t=0$$

$$x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=1$$

Vậy $I=\int_0^1 \frac{1}{2}.e^t(1-t)dt$

Giải bằng casio –vinacal:

Khi đổi biến $t=\sin^2 x$ thì tích phân đã cho bằng 1 trong các tích phân ở đáp án. Chính vì vậy chỉ cần tính tích phân đề bài cho và tích phân ở các đáp án. Nếu trừ nhau bằng 0 thì là đáp án đúng.

tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin x \cos^3 x dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{(\sin(x))^2} \sin$ ▸
0.3591409142

Tính các tích phân ở đáp án A, B, C, D. Ở đáp án A

$\frac{1}{2}\int_0^1 e^X(1-X)dx$
0.3591409142

Vậy đáp án A.

Ví dụ 2:

Giả sử rằng $I = \int_{-2}^{0} \frac{3x^2+5x-1}{x-2} dx = a\ln\frac{2}{3} + b$. Khi đó giá trị của $a+2b$ là

A.30 **B.** 40 **C.**50 **D.** 60

Giải:

Trước hết tính tích phân $I = \int_{-2}^{0} \frac{3x^2+5x-1}{x-2} dx$ và gán cho A.

$\int_{-1}^{0} \frac{3X^2+5X-1}{X-2} dx$
0.9852327297

Ans→A
0.9852327297

Lúc này chỉ cần vệc giải hệ phương trình với $a+2b$ ở các đáp án.
Đáp án A

Math
a b c
1 [2 30]
2 [-0.405 1 0.9852]
1

Math▼
X=
15.47797606

Math ▲
Y=
7.261011968

Đáp án B

Math▼
X=
21

Math ▲
Y=
$\frac{19}{2}$

Đáp án C

Math▼
X=
26.52202394

Math ▲
Y=
11.73898803

Đáp án D

Math▼
X=
32.04404787

Math ▲
Y=
13.97797606

Đáp án B, vì khi đã rút gọn được như vậy thì *a, b* phải là nguyên hoặc số hữu tỉ.

Ví dụ 3:

Giả sử rằng $I=\int_1^5 \frac{1}{2x-1}dx=\ln K$. Khi đó giá trị của K là:

A.3 **B.** 8 **C.** 81 **D.** 9

Giải

Tính tích phân $I=\int_1^5 \frac{1}{2x-1}dx$ và gán cho A.

$\int_1^5 \frac{1}{2x-1}dx$	Ans→A
1.098612289	1.098612289

Khi đó có $A = \ln K \Leftrightarrow K = e^A$. Tính e^A

e^A
3

Vậy đáp án A.

Ví dụ 4:

Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$. Khi đó n bằng:

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7

<u>Giải</u>

Thử đáp án bằng casio, tức là thay n vào tích phân và bấm máy tính. Kết quả nào ra bằng $\frac{1}{64}$ thì chính là đáp án.

Ví dụ 5:

Giả sử $I = \int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}dx = a\ln 5 + b\ln 3$. Khi đó giá trị của a và b là:

A. $a = 2; b = -3$ **B.** $a = 3; b = 2$

C. $a = 2; b = 3$ **D.** $a = 3; b = -2$

<u>Giải</u>

Trước hết tính tích phân và gán cho C

Math ▲ $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}dx$ -0.07696104114	Math ▲ Ans→C -0.07696104114

Sau đó dùng CALC để thử đáp án bằng cách nhập biểu thức.

Math ▲ Aln(5)+Bln(3)-C	Math ▲ Aln(5)+Bln(3)-C 0

Ví dụ 6:

Giả sử $I=\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx = a\ln 3 + b\ln 5$. Khi đó giá trị của $a^2+ab+4b^2$ là:

A. 6 **B.** 9 **C.** 8 **D.** 11

Giải

Trước hết tính tích phân và gán cho A.

Math ▲ $\int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx$ 0.5877866649	Math ▲ Ans→A 0.5877866649

Do vế phải của tích phân đều biểu diễn dưới dạng ln nên chắc chắn rằng tích phân đó cũng là theo ln. Vì thế có $A=\ln X \Leftrightarrow X=e^A$. Tính giá trị biểu thức e^A.

Math ▲ e^A 1.8

Vậy có $X=\frac{9}{5}$. Do đó $\ln\frac{9}{5}=2\ln 3-\ln 5$ hay $a=2; b=-1$.

Ví dụ 7:

Giả sử $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{\sqrt{3}}{a} + \frac{\pi}{b}$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của $\sqrt[3]{a} + 2b$ là:

A. 26 **B.** 28 **C.** 24 **D.** 20

Giải

Áp dụng công thức tính gần đúng giá trị tích phân để dự đoán hệ số $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\left(f(a)+f(b)\right)$ (sử dụng khi $b-a \le 1$)

Khi đó $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2}\,dx \approx \frac{1}{4}\left(1+\sqrt{1-\frac{1}{4}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{1}{4}$

chỉ quan tâm tới phần $\sqrt{3}$ vì giả thiết bài toán cho và lúc này dự đoán $a = 8$ và đi tìm b.

Tính tích phân và gán cho A.

$\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-X^2}\,dx$ Math ▲
0.4783057387

Ans→A Math ▲
0.4783057387

Do $A = \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{\pi}{b}$ nên $b = \frac{\pi}{A - \frac{\sqrt{3}}{8}} = 12$

Từ đó tính được giá trị biểu thức.

Ví dụ 8:

Giả sử $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a + \frac{\pi}{b}$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của $a+b$ là:

A. 3 **B.** 5 **C.** -5 **D.** -2

Giải

Tính tích phân và lưu vào A

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan(X))^2 dx$
0.2146018366

Khi đó $A = a + \frac{\pi}{b} \Leftrightarrow a = A - \frac{\pi}{b}$

coi b là X và dùng **BLE** quét các giá trị tương ứng của a để tìm cặp a, b là số nguyên.

$f(X) = A - \frac{\pi}{X}$ và srt $=-7$, end $=7$, step $=1$.

Kết quả truy tìm được bộ số nguyên như sau:

	X	F(X)
2	-6	0.7382
3	-5	0.8429
4	-4	1

Vậy $A = 1 - \frac{\pi}{4}$

Bài tập vận dụng:

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sin x} \cos x$

A. $F(x) = e^{\cos x} + C$ **B.** $F(x) = e^{\sin x} + C$

C. $F(x) = \sin x e^{\cos x} + C$ **D.** $F(x) = \cos x e^{\cos x} + C$

Câu 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x-1}$

A. $F(x) = \sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x + C}$ **B.** $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3} + C$

C. $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x-1)^3 + C}$ **D.** $F(x) = \sqrt{\frac{3}{2}x^2 - x} + C$

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{5\left(x^2+x\right)}{\sqrt{2x+1}}$

A. $\left(x^2+x+1\right)\sqrt{2x+1}+C$ **B.** $\left(x^2-x+1\right)\sqrt{2x+1}+C$

C. $\left(x^2+x-1\right)\sqrt{2x+1}+C$ **D.** $\left(x^2-x-1\right)\sqrt{2x+1}+C$

Câu 4. Tính tích phân $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{dx}{\sin^2 x\sqrt{\cot x}}$

A. $2\left(\sqrt[4]{3}-1\right)$ **B.** $2\left(\sqrt[4]{3}+1\right)$ **C.** $\sqrt[4]{3}-1$ **D.** $\sqrt[4]{3}-1$

Câu 5. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x dx}{\sqrt{\cos^2 x+4\sin^2 x}}$

A. $I=\dfrac{3}{2}$ **B.** $I=\dfrac{3}{4}$ **C.** $I=\dfrac{2}{3}$ **D.** $I=\dfrac{2}{5}$

Câu 6. Tìm nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}$ biết $F\left(1\right)=\dfrac{1}{3}$.

A. $F\left(x\right)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{6}{13}$ **B.** $F\left(x\right)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}$

C. $F\left(x\right)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{13}{6}$ **D.** $F\left(x\right)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{13}{6}$

Câu 7. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)dx}{\sin 2x+2\left(1+\sin x+\cos x\right)}$

A. $I=\dfrac{4-3\sqrt{2}}{4}$ **B.** $I=\dfrac{4+3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $I=\dfrac{4+3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $I=\dfrac{4-3\sqrt{2}}{3}$

Câu 8. Diện tích hình học phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$; $y = x$ là:

A. $\frac{9}{4}$ **B.** $\frac{9}{2}$ **C.** $\frac{13}{4}$ **D.** $\frac{7}{4}$

Câu 9. Diện tích hình học phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = (e+1)x$; $y = (1+e^x)x$ là:

A. $e + \frac{1}{2}$ **B.** $\frac{e}{2} + 1$ **C.** $e - \frac{1}{2}$ **D.** $\frac{e}{2} - 1$

Câu 9. Diện tích hình học phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|; y = x + 3$ là:

A. $\frac{6}{109}$ **B.** $\frac{109}{6}$ **C.** $\frac{13}{6}$ **D.** $\frac{26}{3}$

Câu 10. Diện tích hình học phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}; y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$ là:

A. $2\pi - \frac{4}{3}$ **B.** $2\pi + \frac{3}{4}$ **C.** $2\pi + \frac{4}{3}$ **D.** $\pi + \frac{4}{3}$

Câu 11. Diện tích hình học phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 1 - \sqrt{1 - x^2}; y = x^2$ là:

A. $\frac{2}{3} - \frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{4}{3} - \frac{\pi}{2}$ **C.** $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}$ **D.** $\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$

Câu 12. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x; y = 0; x = -1; x = 2$ quanh trục Ox là:

A. $\frac{18\pi}{5}$ **B.** $\frac{17\pi}{5}$ **C.** $\frac{5\pi}{18}$ **D.** $\frac{16\pi}{5}$

Câu 13. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = 2\sqrt{1 - x^2}$; $y = 2(1 - x)$ quanh trục Ox là:

A. $\frac{4\pi}{3}$ **B.** $\frac{4\pi}{5}$ **C.** $\frac{3\pi}{4}$ **D.** $\frac{3\pi}{5}$

Câu 14: Giả sử $I=\int_1^5 \frac{\sqrt{2x-1}}{2x+3\sqrt{2x-1}+1}dx = a+b\ln\frac{3}{5}+c\ln 2$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của $a-b+2c$ là:

A. 8 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 7

Câu 15: Giả sử $\int_1^2 \left(2x^2+1\right)e^x dx = -ae+be^2$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Khi đó giá trị của $\frac{ab}{\sqrt{3}}$ là:

A. $5\sqrt{3}$ **B.** 0 **C.** 4 **D.** 7

Câu 16: có $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left(2x+2\right)\cos x dx = \frac{\pi+a\sqrt{3}-b}{c}$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của $2a-b+c$ là:

A. 8 **B.** 0 **C.** 12 **D.** 24

Câu 17: có $\int_1^2 \left(x^2+x\right)\ln x dx = \frac{a}{3}\ln 2-\frac{b}{c}$ với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị của $ab+c$ bằng:

A. 806 **B.** 807 **C.** 805 **D.** 804

Câu 18: ***Đề thi minh họa THPT QG 2017 lần 2***

Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của $a+b+c$.

A. 6 **B.** 2 **C.** -2 **D.** 0

Câu 19: Biết $\int_0^1 x\sqrt{2-x^2}dx = \frac{a\sqrt{a}-b}{3}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của a^2+b^2 bằng:

A. 50 **B.** 5 **C.** 25 **D.** 7

Câu 20: Biết $\int_1^5 \frac{dx}{1+\sqrt{2x-1}} = a - \ln b$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của ab bằng:

A. 10 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 1

Câu 21: Biết $\int_0^1 \frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{a-b\sqrt{3}}{3}$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của $a+b$ bằng:

A. 100 **B.** 10 **C.** 34 **D.** 25

Câu 22: Biết $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-x} = a\ln 2 + b\ln 5$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Khi đó giá trị của a^2+b^2 bằng:

A. 4 **B.** 10 **C.** 7 **D.** 5

Câu 23: Biết rằng $\int_1^5 \frac{3dx}{x^2+3x} = a\ln 5 + b\ln 2$ với $a,b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a+2b=0$ **B.** $2a-b=0$ **C.** $a-b=0$ **D.** $a+b=0$

Câu 24: Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x dx}{1+\cos x} = a\ln 2 + b$ trong đó $a,b \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b$

A. 10 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 25

Câu 25: Biết rằng $\int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = e^a - b$. Tính $a+2b$

A. 10 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 25

Câu 26: Biết rằng $\int_2^6 \frac{1}{2x+1+\sqrt{4x+1}} dx = \ln\frac{a}{2} - \frac{1}{b}$. Tính $a+b$

A. 10 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 15

Câu 27: Biết rằng $\int_2^3 x\sqrt{x^2-1}dx = \frac{a\sqrt{2}-b\sqrt{3}}{3}$ $a,b \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b$

A. 10 **B.** 5 **C.** 19 **D.** 25

Đáp án

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
B	B	C	A	C	D	A	B	B
10	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
C	C	A	A	B	A	C	A	B
19	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**
B	B	D	B	D	C	C	D	C

CHUYÊN ĐỀ 4: MŨ – LOGARIT

Dạng 1: Rút gọn biểu thức mũ – logarit dạng số

Ở đây, tôi chỉ nói đến vấn đề dạng toán rút gọn biểu thức ở dạng số, tức là trong biểu thức đó không hề có chữ số kí hiệu như: *a, b, c,.., x, y, z…* Gặp dạng này, thì chúng bấm máy tính như sau:

- Nếu các đáp án A, B, C, D là những con số tự nhiên, nguyên, hữu tỉ, vô tỉ cơ bản thì bấm máy tính biểu thức ban đầu.
- Nếu các đáp án A, B, C, D là những con số phức tạp, máy tính khó có thể để ở dạng đó được thì bấm máy tính trước, sau đó án cho A rồi lấy A trừ cho đáp án. Nếu bằng 0 thì đó là đáp án và ngược lại cho đến khi thử hết các kết quả.

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Giá trị của biểu thức $A=\dfrac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^2-0,1^0}$ là:

A. –9 **B.** 9 **C.** 10 **D.** –10

Giải:

Nhập vào máy tính $\dfrac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^2-0,1^0}$ và ấn =

$$\frac{2^3\times2^{-1}+5^{-3}\times5^4}{10^{-3}\times10^2-(0.1)^0}$$
-10

Ví dụ 2:

Giá trị của biểu thức $A=\dfrac{\left(2^{2\sqrt{3}}-1\right)\left(2^{\sqrt{3}}+2^{2\sqrt{3}}+2^{3\sqrt{3}}\right)}{2^{4\sqrt{3}}-2^{\sqrt{3}}}$ là:

A. 1 **B.** $2^{\sqrt{3}}+1$ **C.** $2^{\sqrt{3}}-1$ **D.** -1

Giải:

Nhập vào máy tính $\dfrac{\left(2^{2\sqrt{3}}-1\right)\left(2^{\sqrt{3}}+2^{2\sqrt{3}}+2^{3\sqrt{3}}\right)}{2^{4\sqrt{3}}-2^{\sqrt{3}}}$ và ấn =

Đáp án chúng bấm là một số xấu. Như vậy, loại ngay đáp án A và D. Bây giờ kiểm tra xem đáp án B có phải không? Bấm $A-2^{\sqrt{3}}-1$.

Vậy đáp án B.

Ví dụ 3:

Giá trị của biểu thức $A=\dfrac{25^{\log_5 6}+49^{\log_7 8}-3}{3^{1+\log_9 4}+4^{2-\log_2 3}+5^{\log_{25} 27}}$ là:

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 12

Giải:

Nhập vào máy tính $\dfrac{25^{\log_5 6}+49^{\log_7 8}-3}{3^{1+\log_9 4}+4^{2-\log_2 3}+5^{\log_{25} 9}}$ và ấn =

Bài tập vận dụng

Câu 1. Tính $\left(-0,5\right)^{4}-625^{0,25}-\left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}+19.\left(-3\right)^{-3}$.

A. $-\frac{95}{16}$ **B.** 11 **C.** $\frac{-97}{16}$ **D.** 13

Câu 2. Tính $0,001^{-\frac{1}{3}}-\left(-2\right)^{-2}.16^{\frac{3}{2}}-8^{-1\frac{1}{3}}-\left(9^{0}\right)^{2}$.

A. $\frac{115}{16}$ **B.** $\frac{109}{16}$ **C.** $\frac{117}{16}$ **D.** $\frac{111}{16}$

Câu 3. Tính $81^{-0,75}-\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{1}{3}}-\left(-\frac{1}{32}\right)^{-\frac{3}{5}}$.

A. $-\frac{80}{27}$ **B.** $-\frac{79}{27}$ **C.** $\frac{82}{27}$ **D.** $\frac{79}{27}$

Câu 4. Trục căn thức ở mẫu của biểu thức $\frac{1}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}}$ được:

A. $\frac{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}}{3}$ **B.** $\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}$

C. $\sqrt[3]{75}+\sqrt[3]{15}+\sqrt[3]{4}$ **D.** $\sqrt[5]{5}+\sqrt[3]{4}$

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
A	C	C	A

Dạng 2: Rút gọn biểu thức mũ – logarit dạng chữ

Nếu đề cho một biểu thức dạng kí hiệu (1 biến) mà có đáp án là một số thì chứng tỏ rằng các kí hiệu chữ đó triệt tiêu hết. Như vậy, chỉ cần bấm máy tính giống đề bài và ấn [=] được kết quả.

Nếu đề cho một biểu thức dạng kí hiệu mà có đáp án dạng kí hiệu thì cho giá trị cụ thể của biến rồi thế vào các đáp án sao cho kết quả các đáp án là khác nhau. Rồi tiếp đến dùng [CALC] để tính giá trị của biểu thức tại đó. Nếu kết quả giống với một trong các đáp án thì đáp án đó là đáp án cần tìm.

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}$ với $a,b>0$.

A. a^2b **B.** ab^2 **C.** a^2b^2 **D.** ab

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$A=\frac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}=\frac{a^3b^2}{\sqrt[6]{a^{12}b^6}}=\frac{a^3b^2}{a^2b}=ab$$

Giải bằng casio – vinacal:

Với $a=2;b=3$, có ở đáp án A, B, C, D lần lượt là 12, 18, 36, 6.

Bậy giờ tính giá trị đó tại $a=2,b=3$.

Nhập biểu thức $\dfrac{\left(\sqrt[4]{X^3Y^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{X^{12}Y^6}}}$ [CALC] X?2 Y?3 được

$$\frac{\left(\sqrt[4]{x^3y^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{x^{12}y^6}}} \qquad 6$$

Vậy đáp án D.

Ví dụ 2:

Rút gọn biểu thức $A=\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{4}{9}}+a^{\frac{2}{9}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{9}}-1\right)$.

A. $a^{\frac{1}{3}}+1$ **B.** $a^{\frac{4}{9}}+1$ **C.** $a^{\frac{4}{3}}-1$ **D.** $a^{-\frac{1}{3}}-1$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$A=\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{4}{9}}+a^{\frac{2}{9}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{9}}-1\right)$$
$$=\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left[\left(a^{\frac{2}{9}}\right)^3-1\right]$$
$$=\left(a^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(a^{\frac{2}{3}}-1\right)$$
$$=a^{\frac{4}{3}}-1$$

Giải bằng casio – vinacal:

Thử với $a=2$ vào các đáp án và gán cho A, B, C, D (do các đáp án là các số xấu).

Nhập biểu thức $\left(X^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(X^{\frac{4}{9}}+X^{\frac{2}{9}}+1\right)\left(X^{\frac{2}{9}}-1\right)$ CALC X?2 và gán cho E. Lấy $E-A$ nếu bằng 0 thì đó là đáp án cần tìm.Nếu khác 0 thf thử tiếp đáp án B.

$\left(x^{\frac{2}{3}}+1\right)\left(x^{\frac{4}{9}}+x^{\frac{2}{9}}+\right.$ ▷ 1.5198421	Ans→E 1.5198421
E−A -0.7400789501	E−C 0

Ví dụ 3:

Rút gọn biểu thức $T=\left(\dfrac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$.

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** -1

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$T=\left(\dfrac{a+b}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}-\sqrt[3]{ab}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\dfrac{\sqrt[3]{a^3}+\sqrt[3]{b^3}-\sqrt[3]{a^2b}-\sqrt[3]{ab^2}}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\dfrac{\sqrt[3]{a^2}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)-\sqrt[3]{b^2}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\dfrac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b^2}\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\frac{\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}\right):\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2$$

$$=\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2:\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}\right)^2=1$$

Giải bằng casio – vinacal:

Nhập vào máy tính $\left(\frac{X+Y}{\sqrt[3]{X}+\sqrt[3]{Y}}-\sqrt[3]{XY}\right):\left(\sqrt[3]{X}-\sqrt[3]{Y}\right)^2$

Cho $X=1;Y=2$ được $T=1$ (Có thể kiểm tra thêm $X=4;Y=100$ thì vẫn được $T=1$).

Vậy đáp án B.

Ví dụ 4:

Rút gọn biểu thức $\left(\frac{1}{a}\right)^{\log_{\sqrt{a}}2-\log_{a^2}9}$.

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** $\frac{3}{4}$

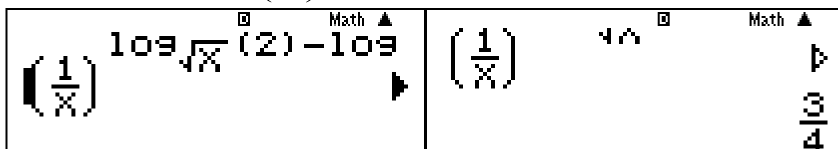
Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

có $\left(\frac{1}{a}\right)^{\log_{\sqrt{a}}2-\log_{a^2}9}=a^{-\log_{\sqrt{a}}2+\log_{a^2}9}=\frac{a^{\log_{a^2}3^2}}{a^{\log_{\sqrt{a}}2}}=\frac{a^{\log_a 3}}{2a^{\log_a 2}}=\frac{3}{4}$

Giải bằng casio – vinacal:

Nhập vào máy tính $\left(\frac{1}{X}\right)^{\log_{\sqrt{X}}2-\log_{X^2}9}$ và ấn =.



Ví dụ 5:

Rút gọn biểu thức $C=\left(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$.

A. x^2+1 **B.** x^2+x+1 **C.** x^2-x+1 **D.** x^2-1

Giải:

Gải theo tư duy tự luận:

$$C=\left(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$$
$$=\left(\left(\sqrt{x}+1\right)^2-\sqrt{x}\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$$
$$=\left(x+\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)=\left(x+1\right)^2-x=x^2+x+1$$

Giải bằng casio – niacal:

Cách 1: Nhập vào màn hình

$\left(\sqrt{X}-\sqrt[4]{X}+1\right)\left(\sqrt{X}+\sqrt[4]{X}+1\right)\left(X-\sqrt{X}+1\right)$ CALC $X=100$.

$(\sqrt{X}-\sqrt[4]{X}+1)(\sqrt{X}+\sqrt[4]{\ }$
10101

phân tích $10101=100^2+100+1$. Suy ra x^2+x+1.

Cách 2. có thể cho $x=1$ rồi thử từng đáp án như ví dụ trên.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Rút gọn biểu thức $A=a^{-2\sqrt{2}}.\left(\dfrac{1}{a^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1}$.

A. a^3 **B.** a^2 **C.** a **D.** a^4

Câu 2. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{4}{3}}-8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}}.\left(1-2\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}}\right)^{-1}-a^{\frac{2}{3}}$.

A. 1 **B.** $a+b$ **C.** 0 **D.** $2a-b$

Câu 3. Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-b}-\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right).\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$.

A. 1 **B.** –1 **C.** 2 **D.** –3

Câu 4. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}$.

A. $a-b$ **B.** $a+b$ **C.** 2 **D.** a^2+b^2

Câu 5. Cho hai số thực $0<a,b\neq 1$ hãy rút gọn biểu thức

$$A=\dfrac{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}-a^{\frac{5}{4}}}-\dfrac{b^{-\frac{1}{2}}-b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}+b^{-\frac{1}{2}}}$$

A. $a-b$ **B.** $a+b$ **C.** 2 **D.** a^2+b^2

Câu 6. Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+2}{a+2a^{\frac{1}{2}}+1}-\dfrac{a^{\frac{1}{2}}-2}{a-1}\right).\dfrac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}}$

A. $3\sqrt{a}$ **B.** $\dfrac{a-1}{2}$ **C.** $\dfrac{2}{a-1}$ **D.** $3\left(\sqrt{a}-1\right)$

Câu 7. Tính $\log_a\left(\dfrac{a^2.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$, với biểu thức có nghĩa.

A. 3 **B.** $\dfrac{12}{5}$ **C.** $\dfrac{9}{5}$ **D.** 2

Câu 8. Tính $\log_a\left(a.\sqrt[5]{a.\sqrt[3]{a.\sqrt{a}}}\right)$, với biểu thức có nghĩa.

A. 4 **B.** $\dfrac{13}{10}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{4}$

Câu 9. Cho số thực $0 < a \neq 1$. Giá trị biểu thức $\log_a \frac{a^2\sqrt{a}.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[4]{a^3}}$

A. $\frac{193}{60}$ **B.** $\frac{73}{60}$ **C.** $\frac{103}{60}$ **D.** $\frac{43}{60}$

Câu 10. Cho số thực $0 < a \neq 1$. Giá trị biểu thức $\log_a \frac{a^2.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[7]{a^{12}}}$

A. $\frac{149}{60}$ **B.** $\frac{46}{15}$ **C.** $\frac{142}{105}$ **D.** $\frac{8}{3}$

Câu 11. Rút gọn $Q = \log_a b^2 + 2\log_{a^2} b^4 + 3\log_{a^3} b^6 - 4\log_{a^4} b^8$.

A. $Q = 4\log_a b$ **B.** $Q = 12\log_a b$

C. $Q = 10\log_a b$ **D.** $Q = -2\log_a b$

Câu 12. Rút gọn $\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$, $a, b > 0, a \neq b$ được kết quả là:

A. $\sqrt[3]{ab}$ **B.** $\sqrt[3]{(ab)^2}$ **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$ **D.** $\frac{1}{\sqrt[3]{(ab)^2}}$

Câu 13. Cho hai biểu thức như sau $M = \sqrt{a^2 + \sqrt[3]{a^4b^2}} + \sqrt{b^2 + \sqrt[3]{a^2b^4}}$ và $N = \sqrt{\left(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2}\right)^2}$. Tìm khẳng định đúng.

A. $M > N$ **B.** $M + N = 0$ **C.** $M < N$ **D.** $M = N$

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7
B	C	A	B	B	C	A
Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12	Câu 13	
B	A	C	A	C	A	

Dạng 3: Tính $\log_e f$ **theo** A,B **với** $\log_a b = A, \log_c d = B$.

(Nếu đề bài yêu cầu tính nhiều hơn thì cũng làm tương tự)

- Máy tính ở chế độ tính toán bình thường: MODE 1
- Đầu tiên gán giá trị $\log_a b$ cho phím A: log▪□ SHIFT RCL (−)
- Gán giá trị $\log_c d$ cho phím B: log▪□ SHIFT RCL °'''
- Gán giá trị $\log_e f$ cho phím C: log▪□ SHIFT RCL hyp
- Chỉ cần lần lượt kiểm tra C trừ cho 3 biểu thức ở 3 phương án A, B, C. Nếu bằng 0 thì đó là đáp án. Nếu may mắn thì chỉ 1 lần kiểm tra, nếu xui lắm thì cũng chỉ 3 lần kiểm tra.

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Cho $a = \log_3 15$. Tính $\log_{25} 15$ theo a.

A. $\dfrac{a}{2(a-1)}$ **B.** $\dfrac{a}{a-1}$ **C.** $\dfrac{a}{2(a+1)}$ **D.** $\dfrac{a}{a+1}$

Giải:

$\log_3 15$ SHIFT RCL (−) (Gán giá trị này cho A)

$\log_{25} 15$ SHIFT RCL °''' (Gán giá trị này cho B)

Và nhập vào màn hình $B - \dfrac{A}{2(A-1)}$ ấn "=".

ALPHA °''' − ▭/▭ ALPHA (−) ▼ 2 (ALPHA (−) − 1) = 0

Nếu bằng 0 thì đó là đáp án. Nếu không thì tiếp tục thử đáp án khác.

Ví dụ 2:

Cho $a=\log_{12}6; b=\log_{12}7$. Tính $\log_2 7$ theo *a, b*.

A. $\dfrac{a}{1-b}$ **B.** $\dfrac{a}{b-1}$ **C.** $\dfrac{a}{b+1}$ **D.** $\dfrac{b}{1-a}$

Giải:

$\log_{12}6$ [SHIFT] [RCL] [(−)] (Gán giá trị này cho A)

$\log_{12}7$ [SHIFT] [RCL] [°'''] (Gán giá trị này cho B)

$\log_2 7$ [SHIFT] [RCL] [hyp] (Gán giá trị này cho C)

Và nhập vào màn hình $C-\dfrac{A}{1-B}$ ấn "=".

[ALPHA] [°'''] [−] [▭/▭] [ALPHA] [(−)] [▼] [2] [(] [1] [−] [ALPHA] [°'''] [)] [=] (đáp án bằng $-0,5$, loại A)

[ALPHA] [°'''] [−] [▭/▭] [ALPHA] [(−)] [▼] [2] [(] [ALPHA] [°'''] [−] [1] [)] [=] (đáp án bằng $-0,16$, loại B)

[ALPHA] [°'''] [−] [▭/▭] [ALPHA] [(−)] [▼] [2] [(] [ALPHA] [°'''] [+] [1] [)] [=] (đáp án bằng $2,4..$, loại C)

Vậy đáp án D.

Ví dụ 3:

Cho $a=\log_{27}5; b=\log_8 7; c=\log_2 3$. Tính $\log_{12}35$ theo *a, b, c*.

A. $\dfrac{3b+2ac}{c+2}$ **B.** $\dfrac{3b+3ac}{c+2}$ **C.** $\dfrac{3b+2ac}{c+3}$ **D.** $\dfrac{3b+3ac}{c+1}$

Giải:

$\log_{27}5$ [SHIFT] [RCL] [(−)] (Gán giá trị này cho A)

$\log_8 7$ [SHIFT] [RCL] [°'''] (Gán giá trị này cho B)

$\log_2 3$ [SHIFT] [RCL] [hyp] (Gán giá trị này cho C)

$\log_{12} 35$ SHIFT RCL − sin (Gán giá trị này cho D)

Và nhập vào màn hình $D-\frac{3B+2AC}{C+2}$ ấn "=".

ALPHA sin − ▭/▭ 3 ALPHA °,,, + 2 ALPHA (−) ALPHA hyp ▼ ALPHA hyp + 2 = (đáp án bằng $0,21$, loại A)

Nhập biểu thức $D-\frac{3B+3AC}{C+2}$

ALPHA sin − ▭/▭ 3 ALPHA °,,, + 3 ALPHA (−) ALPHA hyp ▼ ALPHA hyp + 2 = (đáp án bằng 0

Vậy đáp án B.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho $a=\log_2 5$. Khi đó $\log_4 1250$ bằng:

A. $\frac{1+4a}{2}$ **B.** $2(1+4a)$ **C.** $1+4a$ **D.** $2+4a$

Câu 2. Đặt $a=\log_2 3,\ b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo *a, b*:

A. $\frac{a+2ab}{ab}$ **B.** $\frac{2a^2-2ab}{ab}$ **C.** $\frac{a+2ab}{ab+b}$ **D.** $\frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Câu 3. Đặt $a=\log_7 25, b=\log_2 5$. Hãy tính $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8}$ theo *a, b*:

A. $12b-9a+ab$ **B.** $\frac{12b+9a}{ab}$ **C.** $\frac{12b-9a}{ab}$ **D.** $\frac{4b-3a}{3ab}$

Câu 4. Cho $a=\log_2 5,\ b=\log_5 3$. Hãy tính $\log_{10} 15$ theo *a, b*:

A. $\frac{a(b+1)}{a+1}$ **B.** $\frac{ab+1}{a+1}$ **C.** $\frac{b+1}{a+1}$ **D.** $\frac{a+b}{a+1}$

Câu 5. Cho $a=\log_2 3,\ b=\log_3 4$. Hãy tính $\log_6 24$ theo *a, b*:

A. $1+\frac{b}{a+1}$ **B.** $1+\frac{ab}{a+1}$ **C.** $1+\frac{a}{b+1}$ **D.** $1+\frac{b}{ab+1}$

Câu 5. Cho $a=\log_6 3, b=\log_2 5; c=\log_2 6$. Hãy tính $\log_{12} 30$ theo *a, b, c*:

A. $\dfrac{ac+b+1}{1+c}$ **B.** $\dfrac{c+ab+1}{1+c}$ **C.** $\dfrac{ab+1+c}{c+1}$ **D.** $\dfrac{a+bc+1}{c+1}$

Câu 6. Cho $a=\log_2 3$, $b=\log_5 2$; $c=\log_2 7$. Hãy tính $\log_{42} 15$ theo *a, b, c*:

A. $\dfrac{ab+1}{b(a+c+1)}$ **B.** $\dfrac{ac+1}{a(a+c+1)}$ **C.** $\dfrac{ab+1}{ab+b+c}$ **D.** $\dfrac{a+c}{bc+a+b}$

Câu 7. Cho $a=\log_7 6$, $b=\log_7 5$. Hãy tính $\log_{42}\dfrac{49}{30}$ theo *a, b*.

A. $\dfrac{a-b+2}{a+1}$ **B.** $\dfrac{a-b+2}{a+1}$ **C.** $\dfrac{2-a-b}{b+1}$ **D.** $\dfrac{2-a-b}{a+1}$

Câu 8. Cho $a=\log_9 8$, $b=\log_5 9$. Hãy tính $\log_{45}\dfrac{72}{25}$ theo *a, b*.

A. $\dfrac{ab-2}{b+1}$ **B.** $\dfrac{ab+b+2}{b+1}$ **C.** $\dfrac{ab+b-2}{b+1}$ **D.** $\dfrac{a+b-2}{b+1}$

Đáp án

1	2	3	4	5	5	6	7	8
A	C	B	A	B	A	A	D	C

Dạng 5: So sánh hai lũy thừa với số mũ tự nhiên lớn.

Phần nguyên của một số: số N được gọi là phần nguyên của một số A nếu $N \le A < N+1$. Kí hiệu $N = \left[A \right]$.

Phím **Int**: Phần nguyên của một số.

Số chữ số của một số nguyên dương: $\left[\log A \right] + 1$.

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

So sánh 5^{700} và 7^{500}.

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

Giả sử $5^{700} > 7^{500}$

có: $5^{700} > 7^{500} \Leftrightarrow \frac{5^{700}}{7^{500}} > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{5^7}{7^5} \right)^{100} > 1$

Mà $\frac{5^7}{7^5} > 1$ nên $\left(\frac{5^7}{7^5} \right)^{100} > 1$

Vậy điều giả sử đúng nên $5^{700} > 7^{500}$

Giải bằng casio – vinacal:

có 5^{700} có số chữ số:

```
Int(700log(5))+1
                 490
```

7^{500} có số chữ số là:

```
Int(500log(7))+1
                 423
```

Vậy $5^{700} > 7^{500}$.

Ví dụ 2:

So sánh 11^{1979} và 37^{1320}

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

Giả sử $11^{1979} > 37^{1320}$

có $11^{1979} > 37^{1320} \Leftrightarrow 1979 > 1320\log_{11} 37$ (1)(lấy logarit cơ số 11 2 vế). thấy điều (1) vô lý nên dẫn tới giả sử của chúng là sai

Giải bằng casio – vinacal:

11^{1979} có số chữ số

```
Int(1979log(11)▷
                2061
```

37^{1320} có số chữ số

```
Int(1320log(37)▷
                2071
```

Vậy $11^{1979} < 37^{1320}$.

Bài tập vận dụng:

So sánh hai số sau:

1. 2^{1050} và 5^{450}
2. 777^{888} và 888^{777}
3. 3^{14680} và 2^{37020}
4. 199^{20} và 203^{15}

Dạng 6: Tính giá trị biểu thức.

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$:

A. $\sqrt{3}-1$ **B.** $\sqrt{3}+1$ **C.** $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

có : $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{3}}$

Thay $b = a^{\sqrt{3}}$ vào $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ được

$$\log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{3}}}}{a}} \frac{\sqrt{a^{\sqrt{3}}}}{\sqrt{a}} = \log_{\frac{a^{\sqrt{3}}}{a^2}} \frac{a^{\sqrt{3}}}{a} = \log_{a^{\sqrt{3}-2}} a^{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}$$

Giải bằng casio – vinacal:

có $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{3}}$. chọn $a = 2, b = 2^{\sqrt{3}}$

Nhập vào màn hình $\log_{\frac{\sqrt{Y}}{X}} \frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{X}}$ và gán cho A.

$\log_{\frac{\sqrt{Y}}{X}}\left(\frac{\sqrt{Y}}{\sqrt{X}}\right)$ Math -2.732050808	Math Ans→A -2.732050808

Kiểm tra các đáp án.

A. $\sqrt{3}-1-A$	Math ▲ $\sqrt{3}-1-A$ 3.464101615
B. $\sqrt{3}+1-A$	Math ▲ $\sqrt{3}+1-A$ 5.464101615
C. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}-A$	Math ▲ $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}-A$ 2.92820323
D. $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}-A$	Math ▲ $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}-A$ 0

Ở đây, tôi thao tác cho các bạn biết thôi. Nếu các bạn bấm ra được kết quả $-2,7...$ là một số âm thì các bạn hoàn toàn loại ngay đáp án A, B, C vì các đáp án đó là số dương.

Tượng tự các bài khác thuộc dạng này.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho $\log_a b=-2$, $\log_a c=5$. Giá trị của $\log_a \dfrac{a\sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}}$ bằng:

A. $-\dfrac{4}{3}$ **B.** $-\dfrac{5}{3}$ **C.** $\dfrac{5}{3}$ **D.** $\dfrac{2}{3}$

Đáp án B.

Dạng 7: Tính đạo hàm và các bài toán liên quan tới đạo hàm

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$. Khi đó, nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là:

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** e

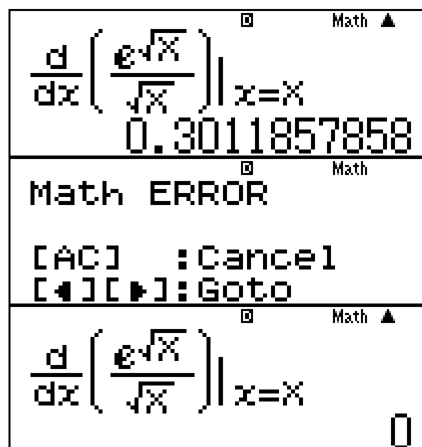
Giải:

Nhập $\dfrac{d}{x}\left(\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\right)_{x=X}$ sau đó thử từng kết quả:

CALC với $X=2$
Loại A

CALC với $X=0$
Loại B

CALC với $X=1$
Chọn C



Ví dụ 2:

Cho hàm số $f(x)=e^{x^2}$. Tính $f''(0)$:

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** e

Giải:

Do máy tính không có chức năng đạo hàm cấp 2 nên tìm đạo hàm cấp 1 bằng y trước: $f'(x)=2xe^{x^2}$.

Nhập vào máy tính $\frac{d}{dx}\left(2xe^{x^2}\right)_{x=0}$

$\frac{d}{dx}(2Xe^{X^2})|_{x=0}$ → 2

Ví dụ 3:

Hàm số $y=\ln\left|\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}\right|$ có đạo hàm là:

A. $y'=\cos 2x$ **B.** $y'=\frac{2}{\sin 2x}$ **C.** $y'=\frac{2}{\cos 2x}$ **D.** $y'=\sin 2x$

Giải:

Cú pháp nhập vào những dạng bài như thế này:

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)_{x=X}-f'(X)$$

Nhập vào màn hình $\frac{d}{dx}\left(\ln\left|\frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}\right|\right)_{x=X}-\cos 2X$

Do đây là hàm lượng giác nên chuyển về tính theo đơn vị radian:

SHIFT MODE 4

CALC với $X=\frac{\pi}{3}$

→ loại A

$\frac{d}{dx}\left(\ln\left(\left|\frac{\cos(X)+s}{\cos(X)-s}\right.\right.\right.$ → -3.5

Bấm ◀ để nhập lại

CALC với $X = \frac{\pi}{3}$

→ loại B

Bấm ◀ để nhập lại

CALC với $X = \frac{\pi}{3}$

→ Chọn đáp án C

Ví dụ 4:

Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2^x - 1}{5^x}$ là:

A. $y' = x\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} - x\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$ **B.** $y' = x\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$

C. $y' = \left(\frac{2}{5}\right)^{x} \ln\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{5}\right)^{x} \ln 5$ **D.** $y' = \left(\frac{2}{5}\right)^{x} \ln\frac{2}{5} + 5^{-x} \ln 5$

Giải:

Cú pháp nhập vào những dạng bài như thế này:

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)_{x=X} - f'(X)$$

Nhập vào màn hình $\frac{d}{dx}\left(\frac{2^x - 1}{5^x}\right)_{x=X} - x\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} + x\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$

CALC với $X = 2$

→ loại A

Bấm ◀ để nhập lại

CALC với $X = 2$

→ loại B

Bấm ◀ để nhập lại
CALC với $X = 2$
→ Loại C

$\frac{d}{dx}\left(\frac{2^X-1}{5^X}\right)\Big|_{x=X}$ 0.128755033

Bấm ◀ để nhập lại
CALC với $X = 2$
Chọn C

$\frac{d}{dx}\left(\frac{2^X-1}{5^X}\right)\Big|_{x=X}$ -2.145×10^{-13}

Ví dụ 5:

Đồ thị hàm số $y = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm *A*, tiếp tuến của đồ thị hàm số tại điểm *A* có phương trình là:

A. $y = x - 1$ **B.** $y = 2x + 1$ **C.** $y = 3x$ **D.** $y = 4x - 3$

Giải:

có điểm $A(1;0)$.

$$k = \frac{d}{dx}(\ln x)_{x=1} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Ví dụ 6:

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên $[2;3]$.

A. e **B.** $2\ln 2 - 2$ **C.** $4 - 2\ln 2$ **D.** 1

Giải:

Giải theo tư duy tự luận :

có: $y = x(2 - \ln x) = 2x - x\ln x$

$y' = 2 - (\ln x + 1) = 1 - \ln x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e \in [2;3]$

$y(2) = 2(2 - \ln 2); y(e) = e; y(3) = 6 - 3\ln 3$

GTNN đạt được tại $x = 2$ và $\min f(x) = 2\left(2 - \ln 2\right)$

Giải bằng casio – vinacal :

Bước 1: Bấm MODE 7

Bước 2: Nhập hàm $F\left(X\right) = X\left(2 - \ln X\right)$ và ấn = $g\left(X\right)$ không có thì khỏi nhập, ấn =

Bước 3: Srt ? **2** End ? **3** Step ? **0,1**

Dùng phím ▼ dọc theo $F\left(X\right)$ để tìm GTNN.

thấy các giá trị của $f\left(x\right)$ tăng khi x tăng. Vậy GTNN đạt được tại $x = 2$ và $\min f\left(x\right) = 4 - 2\ln 2$.

<u>Bài tập vận dụng</u>

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right) = \ln\left|\sin 2x\right|$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 3

Câu 2. Cho hàm số $f\left(x\right) = \frac{e^x}{x^2}$. Tính $f'\left(1\right)$.

A. $3e$ **B.** $-e$ **C.** $\frac{4e}{5}$ **D.** $-\frac{1001e}{1000}$

Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{\left(1 + x - x^2\right)^{-5}}}$. Tính $f'\left(1\right)$.

A. $-\frac{5}{3}$ **B.** $\frac{5}{3}$ **C.** 1 **D.** -1

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x-2}{x+1}}$. Tính $f'(0)$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}}$ **B.** $\sqrt[3]{2}$ **C.** 1 **D.** 4

Câu 5. Gọi *a, b* lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\ln\left(2x^2+e^2\right)$ trên đoạn $[0;e]$. Khi đó tổng $a+b$ có giá trị

A. $4+\ln 3$ **B.** $2+\ln 3$ **C.** 4 **D.** $4+\ln 2$

Câu 6. Cho hàm số $y=e^{x+2017}$. Tính dạo hàm tại $x=\ln 2$.

A. 2017 **B.** e^{2019} **C.** $2e^{2017}$ **D.** $2017+e$

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x\sqrt[4]{x}}$.

A. $y'=-\dfrac{5}{4\sqrt[4]{x^9}}$ **B.** $y'=\dfrac{1}{x^2\sqrt[4]{x}}$ **C.** $y'=\dfrac{5}{4}\sqrt[4]{x}$ **D.** $y'=-\dfrac{1}{4\sqrt[4]{x^5}}$

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt[5]{x^3+8}$.

A. $y'=\dfrac{3x^2}{5\sqrt[5]{\left(x^3+8\right)^6}}$ **B.** $y'=\dfrac{3x^3}{2\sqrt[5]{x^3+8}}$

C. $y'=\dfrac{3x^2}{5\sqrt[5]{x^3+8}}$ **D.** $y'=\dfrac{3x^2}{5\sqrt[5]{\left(x^3+8\right)^4}}$

Câu 9. Cho hàm số $y=x^{\frac{\pi}{2}+1}$.Trên đồ thị hàm số đã cho lấy điểm M_0 có hoành độ $x_0=2^{\frac{2}{\pi}}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm *M* có hệ số góc bằng

A. $\pi+2$ **B.** 2π **C.** $2\pi-1$ **D.** 3

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=xe^x$. Tính $f'(1)$.

A. 1 **B.** e **C.** $2e$ **D.** $e+1$

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-2x\right)e^x$.

A. $y'=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ **B.** $y'=\left(x^2-2\right)e^x$

C. $y'=\left(x^2-x\right)e^x$ **D.** $y'=\left(x^2+2\right)e^x$

Câu 12. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(2x-1\right)3^x$.

A. $y'=3^x\left(2-2x\ln 3+\ln 3\right)$ **B.** $y'=3^x\left(2+2x\ln 3-\ln 3\right)$

C. $y'=2.3^x+\left(2x-1\right).x.3^{x-1}$ **D.** $y'=2.3^x\ln 3$

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\dfrac{x-1}{x+1}$.

A. $y'=\dfrac{1}{2\left(1+x\right)^2}$ **B.** $y'=\dfrac{x+1}{x-1}$

C. $y'=\dfrac{2}{x^2+1}$ **D.** $y'=\dfrac{2}{x^2-1}$

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2^2\left(2x+1\right)$.

A. $y'=\dfrac{2\log_2\left(2x+1\right)}{\left(2x+1\right)\ln 2}$ **B.** $y'=\dfrac{4\log_2\left(2x+1\right)}{2x+1}$

C. $y'=\dfrac{4\log_2\left(2x+1\right)}{\left(2x+1\right)\ln 2}$ **D.** $y'=\dfrac{2}{\left(2x+1\right)\ln 2}$

Câu 15. Cho hàm số $y=\ln\left(1+x^2\right)$. Hê số góc của tiếp tuyến với đồ thị tại điểm có hoành độ bằng -1 là:

A. 1 **B.** -1 **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\ln 2$

Câu 16. Cho hàm số $y = x^2 - \ln(1-2x)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2;0]$ là:

A. 0 **B.** $4-\ln 5$ **C.** $\frac{1}{4}-\ln 2$ **D.** $\ln 5$

Đáp án

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
A	B	A	A	A	C	A	D
9	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
A	C	B	B	D	C	B	C

Dạng 8: Phương trình và bất phương trình mũ – logarit

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Cho phương trình $2^{x+\sqrt{2x+5}}-2^{1+\sqrt{2x+5}}+2^{6-x}-32=0\left(1\right)$. Số nghiệm của phương trình đã cho là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$\left(1\right)\Leftrightarrow 2^{\sqrt{2x+5}}\left(2^x-2\right)+2^6\left(2^{-x}-2^{-1}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt{2x+5}}\left(2^x-2\right)+2^6\left(\frac{1}{2^x}-\frac{1}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt{2x+5}}\left(2^x-2\right)-2^6\left(\frac{2^x-2}{2^{x+1}}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(2^x-2\right)\left(2^{\sqrt{2x+5}}-2^{5-x}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x-2=0 \\ 2^{\sqrt{2x+5}}-2^{5-x}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=2 \\ 2^{\sqrt{2x+5}}=2^{5-x} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \sqrt{2x+5}=5-x \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \left\{\begin{array}{l} x\le 5 \\ 2x+5=x^2-10x+25 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \left\{\begin{array}{l} x\le 5 \\ \left[\begin{array}{l} x=2(n) \\ x=10(l) \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Giải bằng casio – vinacal:

Dùng SHIFT CALC để giải phương trình. Lưu ý, nếu nghiệm đẹp thì không cần lưu nghiệm vào A, B, C…

Nhập $2^{X+\sqrt{2X+5}}-2^{1+\sqrt{2X+5}}+2^{6-X}-32=0$. Ấn SHIFT CALC

```
2^X+√2X+5 −2^1+√2X▷
X=                 1
L−R=               0
```

được nghiệm $x=1$. Ấn ◀ và nhập như sau:

$$\left(2^{X+\sqrt{2X+5}}-2^{1+\sqrt{2X+5}}+2^{6-X}-32\right):\left(X-1\right)=0$$

Tiếp tục quá trình trên được $x=2$ là nghiệm.

```
(2^X+√2X+5 −2^1+√2▷
X=                 2
L−R=               0
```

Tiếp tục $\left(2^{X+\sqrt{2X+5}}-2^{1+\sqrt{2X+5}}+2^{6-X}-32\right):\left(X-1\right):\left(X-2\right)=0$

Nếu chờ quá lâu thì có thể đã hết nghiệm. Sau khi ra kết quả máy tính báo **Can't solve.**

```
Can't Solve

[AC]    :Cancel
[◀][▶]:Goto
```

Vậy đã hết nghiệm. PT đã cho có hai nghiệm.

Ví dụ 2:

Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4 x-\log_x 4\le\frac{3}{2}\left(1\right)$ trên đoạn $\left[1;25\right]$ là:

A. 8 **B.** 0 **C.** 16 **D.** 15

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$\left(1\right)\Leftrightarrow\log_4 x-\frac{1}{\log_4 x}\le\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{\left(\log_4 x\right)^2-1}{\log_4 x}\le\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow (\log_4 x)^2 - 1 - \frac{3}{2}\log_4 x \le 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \le \log_4 x \le 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le x \le 16$$

Giải bằng casio – vinacal:

Do yêu cầu bài toán tìm các nghiệm nguyên nên dùng chức năng **BLE**

Bước 1: Bấm MODE 7

Bước 2: Nhập hàm $F(X) = \log_4 X - \log_X 4 - \frac{3}{2}$ và ấn = $g(X)$ không có thì khỏi nhập, ấn =

Bước 3: Srt ? **1** End ? **16** Step ? **1** (Do bảng không chứa được nhiều giá trị nên chia đôi bảng ra.

Từ đó tìm những x nguyên để $F(X) \le 0$.

Ví dụ 3:

Giải phương trình $3^{4^x} = 4^{3^x}$, được tập nghiệm bằng:

A. $\left\{\log_{\frac{3}{4}}(\log_3 4)\right\}$ **B.** $\left\{\log_{\frac{2}{3}}(\log_3 2)\right\}$

C. $\left\{\log_{\frac{3}{4}}(\log_4 3)\right\}$ **D.** $\left\{\log_{\frac{4}{3}}(\log_3 4)\right\}$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$3^{4^x} = 4^{3^x} \Leftrightarrow \log_3 3^{4^x} = \log_3 4^{3^x}$$
$$\Leftrightarrow 4^x = 3^x \log_3 4$$
$$\Leftrightarrow \log_4 \frac{4^x}{3^x} = \log_4 \left(\log_3 4\right)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\log_4 \left(\log_3 4\right)}{\log_4 \frac{4}{3}} = \log_{\frac{4}{3}} \left(\log_3 4\right)$$

Giải bằng casio – vinacal:

Đối với những bài đã có nghiệm thì nên nhập biểu thức và dùng CALC để thử đáp án, không dùng SHIFT CALC để giải vì quá lâu.

Tuy nhiên đối với logarit thì khi bấm CALC thì chỉ có log. Cho nên hãy gắn các nghiệm cho A, B, C, D rồi hãy thử nghiệm nhé.

Ví dụ 4:

Cho phương trình $x^3.3^x + 27x = x.3^{x+1} + 9x^3$. Tính tổng các nghiệm của phương trình

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$$x^3.3^x + 27x = x.3^{x+1} + 9x^3$$
$$\Leftrightarrow x^3.\left(3^x - 9\right) + 3x\left(9 - 3^x\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x^3 - 3x\right).\left(3^x - 9\right) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x = 0 \\ 3^x - 9 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm của phương trình là 2.

Giải bằng casio – vinacal:

Nhập $X^3.3^X+27X-X.3^{X+1}+9X^3=0$. Ấn SHIFT CALC

```
X³×3^X+27X-X×3^X-▷
X=                0
L-R=              0
```

được nghiệm $x=0$. Ấn ◀ và nhập như sau:

$$\left(X^3.3^X+27X-X.3^{X+1}+9X^3\right):X=0$$

Tiếp tục quá trình trên.

```
(X³×3^X+27X-X×3^▷     Ans→A
X=   -1.732050808
L-R=            0                 -1.732050808
```

Nghiệm xấu nên lưu nghiệm này cho A.

Tiếp tục $\left(X^3.3^X+27X-X.3^{X+1}+9X^3\right):X:(X-A)=0$

```
(X³×3^X+27X-X×3^▷     Ans→B
X=    1.732050808
L-R=            0                  1.732050808
```

Tiếp tục $\left(X^3.3^X+27X-X.3^{X+1}+9X^3\right):X:(X-A):(X-B)=0$

```
(X³×3^X+27X-X×3^▷
X=                2
L-R=              0
```

Nghiệm đẹp nên không lưu nhé

```
Can't Solve

[AC]    :Cancel
[◀][▶]:Goto
```

Vậy đã hết nghiệm. PT đã cho có 4 nghiệm. Bây giờ tính tổng.

$0+A+B+2=2$

2+A+B+0
2

Ví dụ 5:

Phương trình $\log_2^2 x+(x-4)\log_2 x-x+3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Giải:

Tương tự như cách giải các bài trên. Dùng SHIFT CALC để giải.

Ví dụ 6:

Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(4^x+4\right)\ge\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{2x+1}-3.2^x\right)$

A. $x\ge 2$ **B.** $x<2$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 1 \end{array}\right.$ **D.** $-1\le x\le 2$

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

$\log_{\frac{1}{2}}\left(4^x+4\right)\ge\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{2x+1}-3.2^x\right)$

$\Leftrightarrow 4^x+4\le 2^{2x+1}-3.2^x \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2+4\le 2\left(2^x\right)^2-3.2^x$

$\Leftrightarrow 0\le\left(2^x\right)^2-3.2^x-4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x\ge 4(n)\\ 2^x\le -1(l)\end{array}\right. \Leftrightarrow x\ge 2$

Giải bằng casio – vinacal:

Đầu tiên thử với $x\ge 2$, chọn $x=100$.

Nhập biểu thức $\log_{\frac{1}{2}}\left(4^x+4\right)-\log_{\frac{1}{2}}\left(2^{2x+1}-3.2^x\right)$

```
log_{1/2}(4^x+4)-log_{1/2}(
                              1
```

Loại B, D.

Cho $x=-100$

```
Math ERROR

[AC]    :Cancel
[◀][▶]:Goto
```

Loại C. Vậy đáp án A.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x}.3^x=\frac{3}{2}$ là:

A. 2 **B.** Vô nghiệm **C.** 1 **D.** 3

Câu 2. Giải phương trình $2^{x^2-x+8}=4^{1-3x}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=3\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=-3\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-3\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$

Câu 3. Số nghiệm của phương trình

$$2^{2x+1}+2^{3-2x}=\frac{8}{\log_3\left(4x^2-4x+4\right)}$$

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 4. Tổng các nghiệm của phương trình $27^x+2=3\sqrt[3]{3^{x+1}-2}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $81^{x^2}-3^{(x+1)^2}+3^{2x+3}=3^{3x^2+2}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 6. Tích các nghiệm của phương trình

$$2\log_9^2 x=\log_3 x\log_3\left(\sqrt{2x+1}-1\right)$$

A. 8 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 7. Tính tổng các nghiệm của phương trình

$$\log_3^2 x+\log_{3x}\frac{3}{x}=1$$

A. $\frac{10}{9}$ **B.** $\frac{28}{9}$ **C.** $\frac{37}{9}$ **D.** 4

Câu 8. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình

$$\log_3\frac{3}{x}.\log_2 x-\log_3\frac{x^3}{\sqrt{3}}=\frac{1}{2}+\log_2\sqrt{x}$$

A. 5 **B.** $\frac{33}{32}$ **C.** $\frac{5}{64}$ **D.** $\frac{67}{64}$

Câu 9. Cho phương trình

$$\log_4\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_5\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_{20}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$$

Giải phương trình trên trên tập số thực thì phương trình có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 9. Cho phương trình

$$\log_3\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_5\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_{13}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)$$

Giải phương trình trên trên tập số thực thì phương trình có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 10. Cho phương trình

$$\frac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2-3=-\log_4(4-x)^3+\log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$$

Số nghiệm của phương trình đã cho là:

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Đáp án

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	B	B	A	C	C	C	D	C	C	C

CHUYÊN ĐỀ 5: KHẢO SÁT HÀM SỐ - MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN

Kĩ thuật 1: Tính Đạo hàm bằng casio – vinacal

Quy trình bấm máy:

Bước 1: Ấn [SHIFT] [∫]

Bước 2: Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)_{x=x_0}$ và ấn [=].

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Tính đạo hàm tại $x=0$.

A. -1 **B.** 0 **C.** 3 **D.** -3

Giải

Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)_{x=0}$

$\frac{d}{dx}\left(\frac{2X+1}{X-1}\right)\Big|_{x=0}$ Math ▲

-3

Ví dụ 2:

Cho hàm số $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}}$. Tính $f'(-2)$.

A. 1 **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 3 **D.** -3

Giải

Nhập vào máy tính $\frac{d}{dx}\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}}\right)_{x=-2}=\frac{1}{3}$

Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 8x + 1$. Tính $y'(5)$.

A. 102 **B.** 107 **C.** 100 **D.** 101

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 2}$. Tính $y'(4)$.

A. $\frac{6}{11}$ **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{7}{8}$ **D.** $\frac{7}{12}$

Đáp án: Câu 1 B, câu 2 D

Kĩ thuật 2: **Kĩ thuật giải nhanh và tư duy casio – vinacal trong bài toán đồng biến, nghịch biến.**

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2}$ đồng biến trên

A. $(-\infty;0)$ và $(3;+\infty)$ **B.** $\mathbb{R}$

C. $(0;2)$ và $(2;4)$ **D.** $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$

Giải

Cách 1: Sử dụng casio – vinacal để tìm đạo hàm y'.

Đạo hàm $y = \frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2}$ có dạng $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x-2)^2}$.

Như vậy mục tiêu bây giờ là tìm hệ số *a, b, c*.

Nhập $\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 - 2x - 5}{x - 2}\right)_{x=100} \times (x-2)^2$ và CALC $X = 100$.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2-2X-5}{X-2}\right)\Bigg|_{x=1} \qquad 9609$$

được 9609 và phân tích được $100^2-4.100+9$

Vậy được x^2-4x+9 và $y'=\dfrac{x^2-4x+9}{(x-2)^2}>0$.

Cách 2: Sử dụng casio – vinacal trục tiếp thử các đáp án.

Đầu tiên, loại ngay đáp án B.

Nhập $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x^2-2x-5}{x-2}\right)_{x=X}$

CALC $X=1$
Loại A

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2-2X-5}{X-2}\right)\Bigg|_{x=X} \qquad 6$$

CALC $X=-1$
Loại A

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2-2X-5}{X-2}\right)\Bigg|_{x=X} \qquad \frac{14}{9}$$

Ở hai ví dụ trên, xét bài toán không chứa tham số m. Vậy nếu bài toán chứa tham số m thì sao? Nghĩa là những bài toán "**Tìm tất cả các giá trị của tham số** m **để hàm số nghịch biến trên khoảng nào đó**".

Với máy tính casio – vinacal lại cho có thể tính giá trị của biểu thức nhiều biến bằng chức năng CALC và chức năng này lại có thể hỗ trợ cho chức năng tính đạo hàm tại điểm. Do đó, sẽ giải quyết các bài toán có chứa tham số m như sau:

Bước 1: Nhập hàm số chứa tham số m vào máy tính sau khi đã bật chức năng đạo hàm.

Bước 2: Với biến x gán cho X, tham số đi kèm gán cho Y và với giá trị điểm x_0 cũng gán cho X như biến x.

Bước 3: Gán giá trị.

Bước 3.1 (*Gán giá trị cho biến X*): gắn bất kì một điểm x_0 nào đó trong tập xác định cho trước.

Bước 3.2 (*Gán giá trị cho biến Y (tham số)*)**:** Chúng quan sát các đáp án để gán các giá trị cụ thể vào biến Y. Các giá trị gán phải làm sao có thể loại hoặc nhận các đáp án nào đó nhanh nhất? Nhanh hay chậm tùy thuộc vào mỗi người.

Ví dụ 2:

Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - 4mx + 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $0 \le m \le \frac{4}{3}$ **B.** $-\frac{4}{3} \le m \le 0$

C. $0 \le m \le \frac{3}{4}$ **D.** $-\frac{3}{4} \le m \le 0$

Giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(X^3 + 3YX^2 - 4YX + 4\right)_{x=X}$.

Chú ý, các đáp án đề có $m = 0$ nên hiển nhiên sẽ không gán $m = Y = 0$.

Hai đáp án A và C có chiều như nhau, B và D cũng vậy.

Vậy gán $m = Y = \frac{3}{4}$, $X = 0$ thì được kết quả < 0, loại A, C.

$\frac{d}{dx}(X^3+3YX^2-4YX\cdot$ ▸

-3

Gán $m = Y = -\frac{4}{3}$, thì được > 0, loại D.

$$\frac{d}{dx}(X^3+3YX^2-4YX\cdot \triangleright$$
$$5.33333333$$

Ví dụ 3:

Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{mx-m+2}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. $-2 < m < 1$ **B.** $-2 \le m \le 1$

C. $0 < m \le 1$ **D.** Đáp án khác

Giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Nhập biểu thức $\frac{d}{dx}\left(\frac{mX-m+2}{X+m}\right)_{x=X}$

Gán $X = 0$, không gán $Y = 0$ vì $x \ne -m$ nên $X \ne -Y$ (hoặc những giá trị X, Y tương ứng).

Gán $Y = -2$, được kết quả ≥ 0, loại B.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{YX-Y+2}{X+Y}\right)\Big|_{x=X}$$
$$0$$

Gán $Y = -2$, được kết quả $= 0$. Loại C.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{YX-Y+2}{X+Y}\right)\Big|_{x=X}$$
$$0$$

Gán $Y = -1$, được kết quả. Vậy đáp án A.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{YX-Y+2}{X+Y}\right)\Bigg|_{x=X} \qquad -2$$

Ví dụ 4:

Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\dfrac{x^2-mx-1}{1-x}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. $m<0$ **B.** $m=0$ **C.** $m\geq 0$ **D.** $m\in\mathbb{R}$

Giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Nhập biểu thức $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{X^2-YX-1}{1-X}\right)_{x=X}$

Gán $X=0$.

Gán $Y=0$, nếu kết quả <0 thì chỉ B hoặc D đúng, nếu kết quả ngược lại thì A đúng.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2-YX-1}{1-X}\right)\Bigg|_{x=X} \qquad -1$$

Gán $Y=1$, nếu kết quả <0 thì C đúng, ngược lại thì B đúng.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{X^2-YX-1}{1-X}\right)\Bigg|_{x=X} \qquad -2$$

Vậy đáp án C.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-x^3-2x^2+12x-1$ nghịch biến trên những khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-2)$ **B.** $(2;3)$

C. $(-\infty;-2)$ và $(2;3)$ **D.** $(-2;2)$ và $(3;+\infty)$

Câu 2. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{-mx+1}{x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. $m>1$ **B.** $m<-1$ **C.** $-1<m<1$ **D.** $m=\pm 1$

Câu 3. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m-1)x^2+(m-2)x+\frac{1}{3}$ đồng biến trên $[2;+\infty)$?

A. $m>0$ **B.** $m\geq 0$ **C.** $m>8$ **D.** $m\leq -2$

Câu 4. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=(m-x)x^2-m$ đồng biến trên $(1;2)$?

A. $m\geq 3$ **B.** $m<3$ **C.** $1\leq m\leq 3$ **D.** $m\leq 3$

Câu 5. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=-\frac{x^3}{3}+(a-1)x^2+(a+3)x-4$ đồng biến trên $(0;3)$?

A. $a>-3$ **B.** $a<-3$ **C.** $a>\frac{12}{7}$ **D.** $a<\frac{12}{7}$

Câu 6. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. $-\frac{1}{\sqrt{6}}\leq m\leq \frac{1}{\sqrt{6}}$ **B.** $m\leq -\frac{1}{\sqrt{6}}$

C. $m\geq \frac{5}{12}$ **D.** $m\leq \frac{5}{12}$

Câu 7. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{x^2-4x}{2(x+m)}$ đồng biến trên $[1;+\infty)$?

A. $m\in(-1;4]\backslash\{1\}$ **B.** $m\in\left(-\frac{1}{2};1\right]\backslash\{0\}$

C. $m\in(1;4]\backslash\{2\}$ **D.** $m\in\left(-4;\frac{1}{2}\right]$

Câu 8. Hàm số $y=3x^2-8x^3$ nghịch biến trên những khoảng

A. $\left(0;\frac{1}{4}\right)$ **B.** $(-\infty;0)$

C. $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$ **D.** $(-\infty;0)$ và $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$

Câu 9. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{mx^2+6x-2}{x+2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. $m>0$ **B.** $0\le m\le\frac{7}{2}$ **C.** $0<m\le\frac{7}{2}$ **D.** $m\le\frac{7}{2}$

Câu 10. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$?

A. $m<-1$ **B.** $m\le-1$ **C.** $m\ge1$ **D.** $m>1$

Câu 11. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2(m+1)x^2-(2m+1)x+m$ nghịch biến trên $(1;2)$?

A. $\left[\begin{array}{l}m<-\frac{2}{3}\\ m>-\frac{1}{2}\end{array}\right.$ **B.** $m\ge-\frac{1}{2}$

C. $m > -\frac{2}{3}$ **D.** $-\frac{2}{3} < m < -\frac{1}{2}$

Câu 12. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{mx-8}{x-2m}$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

A. $-2 < m < 2$ **B.** $-2 < m \le \frac{3}{2}$

C. $-2 \le m \le \frac{3}{2}$ **D.** $-2 \le m \le 2$

Câu 13. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $m<1$ **B.** $m>2$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$ **D.** $1 \le m < 2$

Câu 14. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

A. $m \le 1$ **B.** $1 \le m \le 4$ **C.** $m \le 4$ **D.** $m \ge 4$

Đáp án

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
C	C	B	D	C	D	A
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
D	B	A	B	A	D	A

<u>*Kĩ thuật 3:*</u> Kĩ thuật giải nhanh và tư duy casio – vinacal trong bài toán tìm điều kiện của tham số để hàm số đạt cực trị tại x_0

<u>Một số ví dụ minh họa</u>

Ví dụ 1:

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+5$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ khi và chỉ khi

A. $m=-3$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=0$ **D.** $m=1$

<u>Giải</u>

Cách 1: Xác định biểu thức $y'\left(-1\right)$.

Nhập $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}X^3-YX^2+\left(Y^2-4\right)X+5\right)_{x=-1}$ và CALC $Y=100$.

$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{3}X^3-YX^2+(Y^2\right.$ ▶
10197

thu được kết quả $10197=10000+197=100^2+2.100-3$.
Tương ứng với m^2+2m-3.

Như vậy có $y'\left(-1\right)=m^2+2m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-3\end{array}\right.$.

Kiểm tra điều kiện đủ: $y'=x^2-2mx+m^2-4$

Nhập $\frac{d}{dx}\left(X^2-2YX+Y^2-4\right)_{x=-1}$.

CALC $Y=1$ được $Y''\left(-1\right)=-4<0$. Suy ra loại $m=1$.

$\frac{d}{dx}\left(X^2-2YX+Y^2-4\right.$ ▶
-4

CALC $Y=-3$ được $Y''(-1)=4>0$. Suy ra nhận $m=1$.

$\frac{d}{dx}(X^2-2YX+Y^2-4$
4

Cách 2: có $y'=x^2-2mx+m^2-4$.

Nhập biểu thức $X^2-2YX+Y^2-4$

CALC $X=-1$, $Y=-3$ (Y lần lượt là các đáp án) thấy biểu thức thấy cái nào khác 0 thì loại. Tiếp theo sử dụng điều kiện đủ để lại những đáp án còn lại.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Tìm tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m+1)x-2$ đạt cực đại tại $x=-1$.

A. $m=\frac{1}{2}$ **B.** $m=-\frac{1}{2}$ **C.** $m=1$ **D.** $m=-1$

Câu 2. Tìm tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2+\left(m-\frac{2}{3}\right)x+5$ đạt cực trị tại $x=1$.

A. $m=1$ **B.** $m=\frac{3}{4}$ **C.** $m=\frac{7}{3}$ **D.** $m=\frac{4}{3}$

Câu 3. Tìm m để hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$.

A. $m=-3$ **B.** $m=-1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-3 \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3
B	C	A

Kĩ thuật 4: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba

Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 1:

Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 5x + 1$.

Giải

Áp dụng công thức giải nhanh:

$$y = \frac{1}{9a}\left(y - \frac{y'y''}{18a}\right)$$

Đặt $R(x) = 9ay - \frac{y'y''}{2}, A = T(0), B = T(1) - T(0)$

Và chỉ cần tìm A, B là xong.

Bây giờ vào bài trên.

$y' = 3x^2 + 6x - 5, y'' = 6x + 6$.

Khi đó, có

Đặt $R(x) = 9(x^3 + 3x^2 - 5x + 1) - (3x^2 + 6x - 5)(3x + 3)$.

CALC $x = 0$, được $R(0) = 24$.

Tiếp tục lấy $T(x) - 24$ và CALC $x = 1$ được $T(1) - 24 = -48$.

Do đó phương trình đi qua hai điểm cực trị là $y = \frac{1}{9}(-48x + 26)$

Hay $y = -\frac{16}{3}x + \frac{8}{3}$.

Ví dụ 2:

Tìm tham số m để đường thẳng d: $y = ax + m$ đi qua gốc O và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 5x + 1$.

A. $m = 1$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = -1$ **D.** $m = 0$

Giải:

Từ ví dụ 1, tìm nhanh được đường thẳng đi qua hai điểm cực trị như sau: $y = -\frac{38}{9}x - \frac{1}{9}$.

Vì d vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị nên d có dạng $y = \frac{9}{38}x + m$.

Mặt khác đi qua O nên $m = 0$.

Ví dụ 3:

Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - 5mx + m^2 - m - 1$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là:

A. $y = -\frac{18m^2 + 30m}{9}x + \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}$

B. $y = \frac{18m^2 + 30m}{9}x - \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}$

C. $y = \frac{24m^2 - 9m - 9}{9}x - \frac{18m^2 + 30m}{9}$

D. $y = -\frac{24m^2 - 9m - 9}{9}x + \frac{18m^2 + 30m}{9}$

Giải

có $y' = 3x^2 + 6mx - 5$ và $y'' = 6x + 6m$.

$R(x)=9(x^3+3mx^2-5mx+m^2-m-1)-(3x^2+6mx-5)(3x+3m)$

Nhập vào máy tính

$9(X^3+3YX^2-5YX+Y^2-Y-1)-(3X^2+6YX-5)(3X+3Y)$

CALC $X=0;Y=100$ được $R(0)=239091=24m^2-9m-9$

tiếp tục lấy $T(x)-T(0)$ và CALC $X=1;Y=100$ được

$R(1)-R(0)=-1830000=-18m^2-30m$

Vậy phương trình đi qua hai điểm cực trị là:

$$y=\frac{1}{9}\left(\left(-18m^2-30m\right)x+24m^2-9m-9\right)$$

Bài tập vận dụng

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp tuyến đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-4x^2-x+1$.

A. $y=-\frac{38}{9}x+\frac{5}{9}$ **B.** $y=\frac{38}{9}x-\frac{5}{9}$

C. $y=-\frac{5}{9}x+\frac{38}{9}$ **D.** $y=\frac{5}{9}x-\frac{38}{9}$

Câu 2. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3mx^2-(3m^2+1)x+m^2+1$ có phương trình $y=-\frac{14}{3}x+\frac{10}{3}$ khi và chỉ khi

A. $m=2$ **B.** $m=1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=0$

Câu 3. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3mx^2-(3m+1)x+m^2+1$ đi qua $M(0;1)$ khi và chỉ khi

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\frac{1}{6} \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\frac{1}{6} \end{array}\right.$ **C.** $m=-\frac{1}{6}$ **D.** $m=0$

Câu 4. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB song song với đường thẳng $d: y = -4x + 1$.

A. $m = -1$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = 0$

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x^3 + -3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị (C) có hai điểm cực trị sao cho ba điểm A, B, $C(0;-2)$ thẳng hàng?

A. $m = -2$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = 4$ **D.** $m = -4$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị (C) có hai điểm cực trị sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đi qua điểm $I(1;0)$

A. $m = \pm 2$ **B.** $m = \pm 1$ **C.** $m = \pm 3$ **D.** $m = 4$

Câu 7. Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{3}{10}x + 2017$.

A. $m = -6$ **B.** $m = \pm 6$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = 0$

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7
A	B	A	C	B	B	B

Kĩ thuật 5: **Bài toán liên quan tới tiệm cận**

I. Tóm tắt lí thuyết

1. Tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \to x_0^+} y = +\infty;\ \lim_{x \to x_0^+} y = -\infty;\ \lim_{x \to x_0^-} y = +\infty;\ \lim_{x \to x_0^-} y = -\infty$$

2. Tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \to +\infty} y = y_0;\ \lim_{x \to -\infty} y = y_0$$

3. Tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ được gọi là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

$$\lim_{x \to +\infty} \left[f\left(x\right) - \left(ax + b\right) \right] = 0;\ \lim_{x \to -\infty} \left[f\left(x\right) - \left(ax + b\right) \right] = 0$$

Cách xác định: $a = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f\left(x\right)}{x}; b = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[f\left(x\right) - ax \right]$ hoặc $a = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{f\left(x\right)}{x}; b = \lim\limits_{x \to -\infty} \left[f\left(x\right) - ax \right]$. Khi $a = 0$ thì có tiệm cận ngang.

Chú ý: *Đồ thị hàm số bậc ba, trùng phương không có tiệm cận; đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất chỉ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang; đồ thị hàm số bậc hai trên bậc nhất chỉ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên…*

II. Ứng dụng kĩ thuật Casio tìm giới hạn để tìm tiện cận

Với máy tính Vinacal 570 ES Plus, có chức năng tính giới hạn hàm số tại một điểm nên rất dễ dàng kiểm tra xem một đường thẳng $x = a$

nào đó có phải là tiệm cận đứng của hàm số hay không? Còn máy tính fx 570 VN Plus thì không có chức năng này nên sẽ tính theo giới hạn hàm số theo cách khác.

Ví dụ 1: ***Trích đề thi minh họa THPT QG 2017 lần 2***

Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y=\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$$

A. $x=-3$ và $x=-2$ **B.** $x=-3$

C. $x=3$ **D.** $x=2$ và $x=3$

Giải:

Đường tiệm cận đứng $x=a$ thường tại giá trị đó làm cho mẫu không xác định và khi tính giới hạn thì tiến ra vô cùng.

có $x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Giải theo tư duy tự luận:

$$y=\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$$

$$=\frac{3x^2-5x-2}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}=\frac{(3x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)(2x-1+\sqrt{x^2+x+3})}$$

có

$$\lim_{x\to 2^+}y=\lim_{x\to 2^-}y=\lim_{x\to 2}y=\lim_{x\to 2}\frac{(3x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=-\frac{7}{6}$$

Suy ra $x=2$ không phải tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to 3^+}y=+\infty;\lim\limits_{x\to 3^-}y=-\infty$. Suy ra $x=3$ là tiệm cận đứng.

Giải bằng casio – vinacal

Xem các đáp án thì loại đáp án A và B. Bây giờ dùng máy tính để kiểm tra đáp án.

- Dùng máy tính vinacal 570 ES Plus: Dùng chức năng tính giới hạn của máy tính

Bước 1: Bấm SHIFT 6 5

Bước 2: Nhập hàm số vào và giá trị x tiến tới giá trị a.

Bước 3: Bấm =.

1:Q…r 2:LCM
3:GCD 4:FACT
5:lim 6:MinMax

Nếu kết quả ra một giá trị nào đó hữu hạn thì $x = a$ không phải là tiệm cận đứng. Ngược lại nếu kết quả ra Math Error thì $x = a$ là tiệm cận đứng.

Thử đáp án $x = 2$, có kết quả như hình vẽ

$\left(\frac{1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}\right)\Big|_{x\to 2}$

$\lim\left(\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}\right)$ = -1.166666667

Vậy $x = 2$ không là tiệm cận đứng.

Thử đáp án $x = 3$, có kết quả như hình vẽ

$\left(\frac{1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}\right)\Big|_{x\to 3}$

Math ERROR
[AC] :Cancel
[◀][▶]:Goto

Vậy $x = 3$ là tiệm cận đứng.

- Dùng máy tính fx 570 VN Plus

Bước 1: Nhập biểu thức vào màn hình

▭ 2 ALPHA) − 1 − √▭ ALPHA) x^2 + ALPHA) + 3 ▼ ALPHA) x^2 − 5 ALPHA) − 6

$\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

Bước 2: Kiểm tra xem $x=2$, bắt đầu tính giới hạn của hàm số tại điểm $x=2$.

CALC tại $x=1,999999$: CALC 1 . 9 9 9 9 9 9 =

có kết quả không vô cùng.Vậy $x=2$ không là tiệm cận đứng

Vậy đáp án *D*. Các bạn kiểm tra $x=3$ có phải là tiệm cận đứng không để thành thạo dạng tính giới hạn.

Ví dụ 2:

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1+\sin 5x}{\sqrt{x^2-9}-4}$

A. $y=3$ và $y=-3$ **B.** $y=3$

C. $y=-3$ **D.** Không tồn tại

Giải:

kiểm tra có tồn tại tiệm cận ngang hay không bằng cách tính giới hạn của hàm số khi x tiến ra cộng trừ vô cùng.

Giải theo tư duy tự luận:

$$\lim_{x\to\pm\infty} y=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x+1+\sin 5x}{\sqrt{x^2-9}-4}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x\left(3+\dfrac{1}{x}+\dfrac{\sin 5x}{x}\right)}{|x|\left(\sqrt{1-\dfrac{9}{x^2}}-\dfrac{4}{x}\right)}\Rightarrow\lim_{x\to\pm\infty} y=\pm 3$$

Giải bằng casio – vinacal:

Chúng sẽ tính giá trị biểu thức tại $x=\pm 10^6$ thay cho $\pm\infty$.

Bước 1: Nhập biểu thức vào màn hình máy tính.

Bước 2: Dùng chức năng CALC tính giá trị biểu thức tại $x=\pm 10^6$.

CMPLX Math ▲ $\dfrac{3X+1+\sin(5X)}{\sqrt{X^2-9}-4}$ 3.000012024	CMPLX Math ▲ $\dfrac{3X+1+\sin(5X)}{\sqrt{X^2-9}-4}$ -3.000010024

Vậy đáp án *A*.

Ví dụ 3:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x-1}$ có bao nhiêu tiện cận?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Giải:

Giải theo tư duy tự luận:

có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$. Suy ra $x=1$ là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}=2$$

Suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang.

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1-\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}=0$$

Suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Giải bằng casio – vinacal:

Tìm tiện cận đứng: Kiểm tra xem $x=1$ có là tiệm cận đứng không?

```
CMPLX        D        Math ▲
X+√(X²+X+1)
───────────
    X−1
                 27320509.94
```

Vậy $x=1$ là tiệm cận đứng.

Tìm tiện cận ngang:

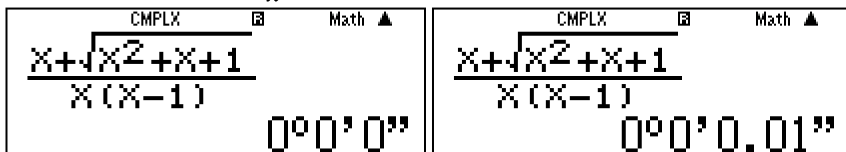
```
CMPLX        D        Math ▲
X+√(X²+X+1)
───────────
    X−1
                   2.0000025
```

```
CMPLX        D        Math ▲
X+√(X²+X+1)
───────────
    X−1
                     0°0'0"
```

Vậy $y=2; y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Tìm tiệm cận xiên:

Nhập biểu thức $\frac{f(x)}{x}$ và cho $x=\pm 10^6$



Suy ra $a=0$. Vậy không có tiệm cận xiên.
Chọn đáp án B.

II. Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho hàm số $y=\frac{2x^2+3x-4}{x^2-1}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. $y=-1$ **B.** $y=2$ **C.** $x=\pm 1$ **D.** $y=1$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\frac{3x}{x+2}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 3. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+6}}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{x+d}$ đi qua điểm $M(2;5)$ và có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Tính tổng $a+d$.

A. 8 **B.** 1 **C.** 7 **D.** 3

Câu 5. Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x^2-1}{x^2+9x+14}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 6. Cho hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x-2}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 7. Cho hàm số $y=\frac{x^2+1}{x^2-4|x|-5}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Câu 8. Cho hàm số $y=\frac{2\sqrt{x^2+3}-4}{x^2-4x-5}$. Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số:

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
B	C	C	B	B	D	C	A

Kĩ thuật 6: **Kĩ thuật giải nhanh bài bài toán tìm giá trị lớn nhất – nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[a;b\right]$**

Kiến thức Toán học: Hàm $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ và có đạo hàm trong $\left(a;b\right)$:

1. Giải $f'\left(x\right)=0$ để tìm các nghiệm $x_1,x_2,...,x_n$ thuộc $\left[a;b\right]$.
2. Tính $f\left(a\right);f\left(x_1\right);...;f\left(x_n\right);f\left(b\right)$.
3. Số lớn nhất trong các số trên là GTLN (max) trên $\left[a;b\right]$. Số nhỏ nhất trong các số trên là GTNN (min) trên $\left[a;b\right]$.

Dùng máy tính : sẽ sử dụng tính năng bảng giá trị BLE của máy tính để nghiên cứu nhanh dáng điệu của đồ thị trên đoạn $\left[a;b\right]$.

Từ đó, chọn giá trị thích hợp.

Phương pháp giải : **(CASIO fx 570 VN Plus, Vinacal 570 ES Plus):**

1. Nhấn MODE 7

2. $f\left(X\right)=$ **. Nhập hàm số vào.**

3. Srt ? Nhập giá trị *a*

4. End ? Nhập giá trị *b*

5. Step? Nhập giá trị: 0,1; 0,2; 0,5 hoặc 1 (tùy vào đoạn [*a;b*]

Máy tính sẽ tính bảng giá trị. ghi nhanh giá trị đầu tiên, ghi nhận giá trị F(X) tăng hay giảm đến bao nhiêu cho đến F(X) cuối cùng. Từ đó có nhanh kết quả.

Một số ví dụ vận dụng

Ví dụ 1: *Đề minh họa THPT QG 2017 lần 1*

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là:

A. 6 **B.** -2 **C.** -3 **D.** $\frac{19}{3}$

Giải :

Giải theo tư duy tự luận

có $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$$y'=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2};y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\in[2;4]\\x=-1\notin[2;4]\end{array}\right.$$

$$y(2)=7;y(3)=6;y(4)=\frac{19}{3};$$

Vậy $\min\limits_{[2;4]}y=y(4)=\frac{19}{3}$.

Giải bằng casio – vinacal

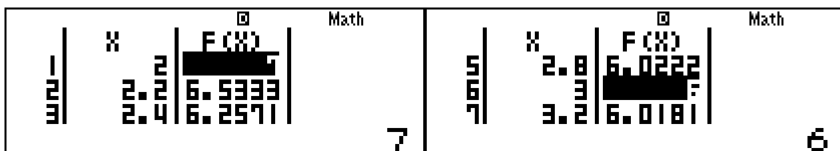
Bước 1: Bấm [MODE] [7]

Bước 2: Nhập hàm $F(X)=\frac{X^2+3}{X-1}$ và ấn [=] $g(X)$ không có thì khỏi nhập, ấn [=]

Math
$f(X)=\frac{X^2+3}{X-1}$

Bước 3: Srt ? **2** End ? **4** Step ? **0,2**

Dùng bấm [▼] dọc theo $F(X)$ để tìm GTNN.



Và nhìn vào đáp án, giá trị nào gần với đáp án để kết luận.

Nếu đề bài hỏi chọn GTLN thì có ngay $\max y=7$ tại $x=2$.

Ví dụ 2:

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt[3]{(2x-1)(1-x)^2}$ trên đoạn $[0;3]$.

Giải :

Giải theo tư duy tự luận :

Hàm số liên tục trên $[0;3]$

$$y'=\frac{2}{3}\sqrt[3]{\left(\frac{1-x}{2x-1}\right)^2}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{\left(\frac{-1+2x}{-x+1}\right)};y'=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$$

$$y(0)=-1;y(\frac{2}{3})=\frac{1}{3};y(3)=\sqrt[3]{20}$$

$$\min_{[0;3]}y=y(0)=-1;\max_{[0;3]}y=y(3)=\sqrt[3]{20}$$

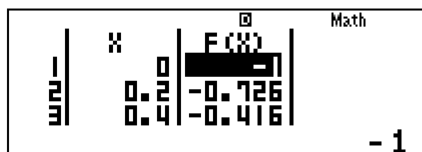
Giải bằng casio – vinacal :

Bước 1: Bấm MODE 7

Bước 2: Nhập hàm $F(X)=\sqrt[3]{(2x-1)(1-x)^2}$ và ấn = =

Bước 3: Srt ? **2** End ? **4** Step ? **0,2**

Dùng bấm ▼ dọc theo $F(X)$ để tìm GTLN và GTNN.



Từ bảng giá trị $F(X_1)=-1$ tăng dần đến **0.3275** rồi giảm dần đến **0** rồi lại tăng dần đến $F(X_{25})=2,7144$

Vậy $\min_{[0;3]}y=y(0)=-1$ và $\max_{[0;3]}y=y(3)=\sqrt[3]{20}$. Từ đó chọn phương án thích hợp.

Ví dụ 3:

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\cos x\left(1+\sin x\right)$ trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$.

Giải :

Giải theo tư duy tự luận :

có $y'=-\sin x+\cos 2x$.

$$y'=0\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{6}\\ x=\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$$

$$y\left(0\right)=1;y\left(2\pi\right)=1;y\left(\frac{3\pi}{2}\right)=0;y\left(\frac{\pi}{6}\right)=y\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Vậy $\max\limits_{\left[0;2\pi\right]}y=y\left(\frac{\pi}{6}\right);\min\limits_{\left[0;2\pi\right]}y=y\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

Giải bằng casio – vinacal :

Bước 1: Bấm MODE 7

Bước 2: Nhập hàm $F\left(X\right)=\cos\left(X\right)\left(1+\sin\left(X\right)\right)$ và ấn = =

Bước 3: Srt ? **0** End ? 2π Step ? $\frac{\pi}{6}$

Dùng bấm ▼ dọc theo $F\left(X\right)$ để tìm GTLN và GTNN.

Từ bảng giá trị $F\left(X_1\right)=1$ tăng dần đến **1,299** rồi giảm dần đến $-1,299$ rồi lại tăng dần đến 1

Vậy $\min\limits_{\left[0;2\pi\right]}y=y\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ và $\max\limits_{\left[0;2\pi\right]}y=y\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$. Gọi *M, m* lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $[-3;-2]$. Khi đó:

A. $M=3$ và $N=2$ **B.** $M=3$ và $N=-1$
C. $M=2$ và $N=-1$ **D.** $M=3$ và $N=1$

Câu 2. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ là:

A. $-4\sqrt{2}$ **B.** -4 **C.** 0 **D.** $4\sqrt{2}$

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2\ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};e\right]$

A. 0 **B.** $-\frac{7}{4}$ **C.** 1 **D.** e^2-2

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+5}{x-2}$ trên đoạn $[3;6]$

A. 0 **B.** $-\frac{7}{4}$ **C.** 1 **D.** 10

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=(x-6)\sqrt{x^2+3}$ trên đoạn $[1;2]$ là:

A. -10 **B.** $-4\sqrt{7}$ **C.** $-\frac{9\sqrt{21}}{4}$ **D.** $-6\sqrt{3}$

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{9}{x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$ là:

A. 9 **B.** 2 **C.** 6 **D.** 4

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x-6)\sqrt{x^2+3}$ trên đoạn $[0;3]$ gần với đáp án nào nhất:

A. 5 **B.** $-10,6$ **C.** $-10,65$ **D.** -5

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7
A	A	C	D	A	D	C

Kĩ thuật 7: **Kĩ thuật giải nhanh trong bài toán lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số**

Cơ sở lí thuyết

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Hay $y = f'(x_0).x + f'(x_0)(-x_0) + f(x_0) \Leftrightarrow y = Ax + B$.

Trong đó $A = f'(x_0)$; $B = f'(x_0)(-x_0) + f(x_0)$

Như vậy, cần nhập vào máy tính

$A = \dfrac{d}{dx}(f(X))_{x=X}$ và $B = \dfrac{d}{dx}(f(X))_{x=X}.(-X) + f(X)$

Ví dụ 1:

Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng 2 là :

A. $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$ **B.** $y = x + \dfrac{1}{3}$

C. $y = -\dfrac{1}{3}x + 1$ **D.** $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}$

Giải:

Nhập $A = \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2X-1}{X+1}\right)_{x=X}$

CALC $X = 2$ được $A = \dfrac{1}{3}$.

Nhập

$B = \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{2X-1}{X+1}\right)_{x=X}.(-X) + \dfrac{2X-1}{X+1}$

CALC $X = 2$ được $B = \dfrac{1}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$.

Bài tập vận dụng

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

A. $y=-3x+1$ **B.** $y=-3x-1$ **C.** $y=-x-1$ **D.** $y=x-3$

Câu 2. Cho hàm số $y=x^4-x^2-2$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 1 là:

A. $y=x+3$ **B.** $y=2x-4$ **C.** $y=x$ **D.** $y=2x+3$

Câu 3. Cho hàm số $y=\frac{x^2+x-2}{x-1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

A. $y=x+3$ **B.** $y=x+1$ **C.** $y=x-2$ **D.** $y=x+2$

Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị hàm số và Ox là:

A. $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$ **B.** $y=3x-3$ **C.** $y=x-3$ **D.** $y=3x$

Đáp án

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
A	B	D	A

Một số bài toán casio – vinacal tính sai

Ví dụ 1: Tính tích phân $I=\int_{-15}^{15}\left|x^2-3x\right|dx$

Khi bấm máy tính fx 570 VN Plus

$\int_{-15}^{15}|X^2-3X|dx$ 2250 $\int_{-15}^{15}(X^2-3X)dx$ 2250

Trong khi đó máy tính Vinacal 570 ES Plus vẫn tính đúng.

$\int_{-15}^{15}|X^2-3X|dx$ 2259

Cách khống chế lỗi sai: Hãy chèn cận trước khi bấm. Mặc dù hơi lâu nhưng ra đáp án đúng.

$$\int_{-15}^{15}\left|x^2-3x\right|dx=\int_{-15}^{0}\left|x^2-3x\right|dx+\int_{0}^{3}\left|x^2-3x\right|dx+\int_{3}^{15}\left|x^2-3x\right|dx=2259$$

Ví dụ 2: Số nghiệm của phương trình

$$4^{x^2-3+2}+4^{x^2+6x+5}=4^{2x^2+3x+7}+1$$

Giải:

PTTĐ với

$$4^{x^2-3x+2}-4^{2x^2+3x+7}+4^{x^2+6x+5}-1=0$$

$$\Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2}\left(1-4^{x^2+6x+5}\right)+4^{x^2+6x+5}-1=0$$

$$\Leftrightarrow \left(4^{x^2+6x+5}-1\right)\left(1-4^{x^2-3x+2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4^{x^2+6x+5}=1\\4^{x^2-3x+2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=2\\x=-5\end{array}\right.$$

Nếu thử lại nghiệm của phương trình thấy cả hai máy đều sai.

VN Plus Vinacal

$4^{X^2-3X+2}+4^{X^2+6}$ ... -1 | $4^{X^2-3X+2}+4^{X^2+6}$ ... -1

Bài toán này khá nhiều nghiệm nên việc dùng máy tính để tìm số nghiệm của phương trình thì sẽ rất lâu. Vì vậy, tôi khuyên các bạn giải những bài như thế này bằng y.

Ví dụ 3: Tính trung bình cộng của nghiệm của phương trình sau:

$$16^{\frac{x+10}{x-10}}=0,125.8^{\frac{x+5}{x-15}}$$

A. 0 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 15

Giải:

Giải y:

$$16^{\frac{x+10}{x-10}}=0,125.8^{\frac{x+5}{x-15}}\Leftrightarrow 2^{\frac{4x+40}{x-10}}=2^{\frac{3x+15}{x-15}-3}\Leftrightarrow \frac{4x+40}{x-10}=\frac{3x+15}{x-15}-3$$

$$\Leftrightarrow (4x+10)(x-15)=60(x-10)\Leftrightarrow x=0\vee x=20$$

Giải bằng máy tính:

570 VN Plus

$16^{X-10}-0.125\times8$ ... X= 0, L-R= 0 | ...$0.125\times8^{\frac{X+5}{X-15}})\div X$ | $16^{X-10}-0.125\times$... X= 1×10^{50}, L-R= 0

Vinacal

$16^{X-10}-0.125\times8$ ... X= 0, L-R= 0 | Continue:[=] X= 10.64726565, L-R=2.416814×10^{37}

Ví dụ 4: Cho hàm số $y=x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}$ có đồ thị (C). Hoành độ giao điểm của (C) với Ox là:

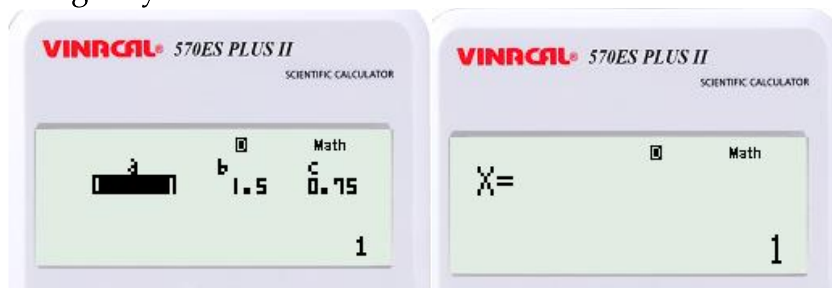
A. $x=1$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$ **C.** $x=-\frac{1}{2}$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Giải:

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}=0$

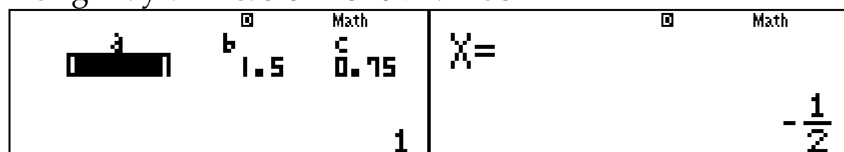
Đây là phương trình bậc ba, chúng sẽ nghĩ ngay đến việc bấm máy tính đúng không nào? Vì máy tín casio – vinacal đề có chức năng này.

Dùng máy tính vincal 570ES Plus II.



Chọn ngay đáp án A, và nhiều bạn nghĩ rằng câu này vậy cũng ra, dễ quá và tự tin rằng mình làm đúng câu này. Xin thưa, đáp án của bạn đã sai rồi.

Dùng máy tính casio fx 570VN Plus



Lúc này thấy casio ra đáp án khác và đáp án này mới là đáp án đúng của bài toán.

TỔNG KẾT

Toàn bộ tài liệu này được viết ra chủ yếu cho các em học sinh tham khảo, rèn luyện một số kĩ năng bấm máy tính để có thể giải nhanh bài toán trong đề thi Trung học Phổ thông Quốc gia. Tuy nhiên, chúng tôi không khuyến khích các em học sinh quá làm dụng máy tính để giải các bài toán. Ở ngay phần trên tổng kết, chúng tôi sưu tầm được ở từ facebook một số bài toán mà các máy tính đều ra kết quả sai. Tại sao lại như vậy? Do máy tính người lập trình mà thôi nên dẫn đến sai số và kết quả ở dạng làm tròn. Vì vậy, các em hãy hạn chế sử dụng máy tính cho những bài toán có sai số nhiều nhé.

Tài liệu tham khảo

1. Hội thảo dạy và học toán theo định hướng thi trắc nghiệm khác quan, Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Sóc Trăng.

2. Giải nhanh trắc nghiệm toán 12, Nguyễn Thế Lực.

3. Kĩ thuật giải nhanh – đề thi THPTQG bằng máy tính casio, Đào Trọng Anh.

4. Rèn luyện kĩ năng giải trắc nghiệm Toán – chuyên đề 1: hàm số, Cao Văn Tuấn.

5. Một số tài liệu Internet…

5.1.https://drive.google.com/file/d/0B1NeyB1HG2f4cG13SGhFYlN0eHc

5.2. https://www.youtube.com/watch?v=fy_BrKQE_OE